252 Μαθηματικών Αιγαίου (Σάμος)

Σκοπός

Αποστολή του Τμήματος είναι η καλλιέργεια της μαθηματικής σκέψης και παράλληλα η ανάδειξη επιστημόνων που θα αναζητούν, θα επεξεργάζονται και θα προτείνουν θεωρητικά μοντέλα για την αντιμετώπιση θεωρητικών και πρακτικών προβλημάτων.

Επαγγελματικές Διέξοδοι

Οι πτυχιούχοι μπορούν να καλύψουν θέσεις εργασίας σε τομείς ανάλογους με τις σπουδές και την εξειδίκευση τους. Ενδεικτικά αναφέρεται ότι μπορούν να απασχοληθούν στον δημόσιο και ιδιωτικό τομέα: σε υπηρεσίες στατιστικής και μηχανοργάνωσης υπουργείων, δημοσίων επιχειρήσεων και οργανισμών, στην Εθνική Στατιστική Υπηρεσία, στην Εκπαίδευση και την Κατάρτιση, σε ασφαλιστικές και άλλες ιδιωτικές επιχειρήσεις.

Πρόγραμμα Σπουδών

Μαθήματα ανά Εξάμηνο
Για κάθε μάθημα σε παρένθεση αναφέρονται οι ΔΜ που αντιστοιχούν στο μάθημα, η κατηγορία του και σε αγκύλες τα προαπαιτούμενα μαθήματα.

Πρώτο Εξάμηνο

Α1. Σύνολα και Αριθμοί (5)Υ
Α2. Απειροστικός Λογισμός Ι (5)Υ
Α3. Αναλυτική Γεωμετρία (5)Υ
Α4. Εισαγωγή στην Πληροφορική (5)Υ
Α5. Αγγλικά (3)Υ
Α6. Γαλλικά (3)Π

Δεύτερο Εξάμηνο

Β1. Απειροστικός Λογισμός ΙΙ (5)Υ
Β2. Γραμμική Άλγεβρα Ι (5)Υ
Β3. Φυσική Ι (5)Υ
Β4. Γλώσσες Προγραμματισμού (5)Υ

Τρίτο Εξάμηνο

Γ1. Απειροστικός Λογισμός ΙΙΙ (5)Υ
Γ2. Διακριτά Μαθηματικά (4)ΚΕΥ
Γ3. Γραμμική Άλγεβρα ΙΙ (4)ΚΕΥ
Γ4. Θεωρία Πολυπλοκότητας και Αλγορίθμων (4)ΚΕΥ
Γ5. Επιστημονικός Υπολογισμός (4)ΚΕΥ

Τέταρτο Εξάμηνο

Δ1. Απειροστικός Λογισμός IV (5)Υ
Δ2. Άλγεβρα (5)Υ
Δ3. Γραμμικός Προγραμματισμός (5)Υ
Δ4. Μαθηματική Λογική (4)ΚΕΥ [Α1]
Δ5. Νέες Τεχνολογίες στην Εκπαίδευση (4)Π
Δ6. Μουσική (4)Π

Πέμπτο Εξάμηνο

Ε1. Ανάλυση I (5)Υ [Α2, Β1]
Ε2. Πιθανότητες (5)Υ
Ε3. Θεωρία Ομάδων (4)ΚΕΥ [Δ2]
Ε4. Θεωρία Αριθμών (4)ΚΕΥ
Ε5. Μαθηματική Μοντελοποίηση (4)ΚΕΥ
Ε6. Κλασσική Μηχανική (4)ΚΕΥ [Β1, Β3]
Ε7. Μάθημα Περιβαλλοντικής Εκπαίδευσης (4)Π
Ε8. Διδακτική των Μαθηματικών (4)ΚΕΥ [Α2, Α3]

Έκτο Εξάμηνο

ΣΤ1. Τοπολογία I (5)Υ [Α1, Α2]
ΣΤ2. Αριθμητική Ανάλυση (5)Υ [Β2, Β4]
ΣΤ3. Συνήθεις Διαφορικές Εξισώσεις I (5)Υ [Α2, Β1]
ΣΤ4. Κρυπτογραφία (4)Π [Ε4]
ΣΤ5. Στατιστική (4)ΚΕΥ [Β1, Ε2]
ΣΤ6. Διαφορική Γεωμετρία (4)ΚΕΥ [Α3]
ΣΤ7. Θεωρία Galois (4)ΚΕΥ [Δ2]
ΣΤ8. Φυσική II (4)ΚΕΥ
ΣΤ9. Ιστορία των Μαθηματικών (4)ΚΕΥ

Έβδομο Εξάμηνο

Ζ1. Μιγαδική Ανάλυση (5)Υ [Α2, Β1]
Ζ2. Συναρτησιακή Ανάλυση (4)ΚΕΥ [Α2, Β2]
Ζ3. Μερικές Διαφορικές Εξισώσεις (4)ΚΕΥ [Γ1]
Ζ4. Θέματα Άλγεβρας - Γεωμετρίας (4)Π
Ζ5. Δυναμικός Προγραμματισμός (4)ΚΕΥ [Α4, Ε2]
Ζ6. Συνήθεις Διαφορικές Εξισώσεις II (4)Π
Ζ7. Ανάλυση II (4)ΚΕΥ
Ζ8. Υπολογιστική Γεωμετρία (4)Π
Ζ9. Μαθηματικά για την Εκπαίδευση (4)Π
Ζ10. Πρακτική Άσκηση (4) ΚΕΥ

Όγδοο Εξάμηνο

H1. Τοπολογία ΙΙ (4)ΚΕΥ [Α1, Α2]
H2. Στοχαστικές Ανελίξεις (4)ΚΕΥ [Ε2]
H3. Κωδικοποίηση (4)Π
H4. Επεξεργασία Εικόνας και Ήχου (4)Π
H5. Θέματα Ανάλυσης (4)Π
H6. Ιστορία της Ανάλυσης (4)Π
H7. Πρακτική Άσκηση (4)ΚΕΥ
H8. Βιοστατιστική (4)Π
H9. Μετεωρολογία (4)Π
H10. Πτυχιακή Εργασία (12)Π

Ύλη Μαθημάτων

Πρώτο Εξάμηνο

A.1 Σύνολα και Αριθμοί
1η Εβδ.: Σύνολα: Βασικές έννοιες, το παράδοξο του Russell («δεν υπάρχει σύμπαν», πράξεις συνόλων, ένωση, τομή, διαφορά, συμμετροδιαφορά, ιδιότητες πράξεων, δυναμοσύνολο, συμπλήρωμα συνόλου, νόμοι de Morgan.
2η Εβδ.: Καρτεσιανό γινόμενο, σχέσεις καρτεσιανού γινομένου με τις άλλες πράξεις συνόλων. Σχέσεις: ιδιότητες σχέσεων, συμμετρία, αντισυμμετρία, αυτοπάθεια, μεταβατικότητα. Σχέσεις ισοδυναμίας, σύνολο πηλίκο, ο προβολικός χώρος στον R3.
3η Εβδ.: Διατάξεις, φραγμένα σύνολα, ορισμός supremum και infimum. Η έννοια της συνάρτησης. Συναρτήσεις ένα προς ένα και επί. Αντίστροφη συνάρτηση. Συναρτήσεις και οι αντίστροφές τους σε σχέση με τις πράξεις συνόλων. Συναρτήσεις και διάταξη (μονότονες συναρτήσεις).
4η Εβδ.: Προτασιακός λογισμός, λογικές προτάσεις, λογικοί σύνδεσμοι, συνεπαγωγές, ταυτότητες. Υπαρξιακός και καθολικός ποσοδείκτης. Επαγωγή: αξιωματική παρουσίαση της επαγωγικής διαδικασίας, πλήρης επαγωγή, καλή διάταξη.
5η Εβδ.: Ισοδυναμία των αξιωμάτων της καλής διάταξης και της επαγωγής. Το N είναι καλά διατεταγμένο σύνολο. Τα αριθμητικά σύνολα: Το σύνολο των φυσικών αριθμών N, περιγραφή της αξιωματικής κατασκευής του. Αξιωματική κατασκευή του συνόλου των ακεραίων Z. Η έννοια της διαιρετότητας και το θεώρημα της Ευκλείδειας διαίρεσης.
6η Εβδ.: Πρώτοι αριθμοί, αναπαράσταση ακεραίων ως γινόμενο πρώτων αριθμών, υπάρχουν άπειροι πρώτοι αριθμοί. Το σύνολο των ρητών αριθμών Q σαν κλάση ισοδυναμίας του Z΄N. Το σύνολο των πραγματικών αριθμών R.
7η Εβδ.: Το σύνολο των πραγματικών αριθμών R (συνέχεια), τομές Dedekind. Διάταξη στο Q και στο R. Αξίωμα της πληρότητας στο R. Το σύνολο C των μιγαδικών αριθμών και η περιγραφή τους ως πραγματικές αριθμητικές οντότητες (γεωμετρική περιγραφή). Πράξεις μιγαδικών με έμφαση στον πολλαπλασιασμό.
8η Εβδ.: Μήκος μιγαδικού αριθμού και συζυγής μιγαδικός αριθμός. Τριγωνομετρική αναπαράσταση μιγαδικού αριθμού. Κανόνας του de Moivre. Τριγωνική ανισότητα. Μια εφαρμογή των μιγαδικών αριθμών: το άθροισμα συνημιτόνων αριθμητικής προόδου.
9η Εβδ.: Ακολουθίες αριθμών. Η έννοια της υπακολουθίας. Κάθε ακολουθία πραγματικών αριθμών έχει μονότονη υπακολουθία. Ορισμός του ορίου ακολουθίας. Θεώρημα Heine-Borel.
10η Εβδ.: Πραγματικές συναρτήσεις. Ορισμός της λογαριθμικής συνάρτησης ως εμβαδό χωρίων που ορίζονται από την καμπύλη 1/x. Ιδιότητες λογαρίθμου. Ορισμός της εκθετικής συνάρτησης με τη βοήθεια του λογαρίθμου. Ιδιότητες της εκθετικής συνάρτησης. Τριγωνομετρικές συναρτήσεις και οι αντίστροφές τους. Υπερβολικές τριγωνομετρικές συναρτήσεις (ορισμοί).
11η Εβδ.: Διανυσματικοί χώροι. Γραμμική εξάρτηση και ανεξαρτησία διανυσμάτων. Η έννοια της βάσης. Πίνακες (εισαγωγή, παραδείγματα).
12η Εβδ.: Βασικές πράξεις πινάκων [πρόσθεση, (βαθμωτός) πολλαπλασιασμός]. Η άλγεβρα των mxn-πινάκων. Ειδικοί τύποι πινάκων. Στοιχειώδεις μετασχηματισμοί γραμμών/στηλών ενός πίνακα.
13η Εβδ.: Ισοδυναμία πινάκων με χρήση γραμμών/στηλών. (Αναγμένοι) Κλιμακωτοί πίνακες. Μέθοδος Απαλοιφής Gauss: καθε mxn-πίνακας είναι ισοδύναμος με χρήση γραμμών/στηλών με έναν mxn-αναγμένο κλιμακωτό πίνακα. Παραδείγματα.
14η Εβδ.: Γραμμικά Συστήματα. Συμβιβαστότητα γραμμικών συστημάτων. Ισοδύναμα γραμμικά συστήματα. Επαυξημένος πίνακας γραμμικού συστήματος. Ομογενή γραμμικά συστήματα. Περιγραφή του συνόλου λύσεων ενός γενικού γραμμικού συστήματος. Μέθοδοι επίλυσης γραμμικών συστημάτων.

Α2. Απειροστικός Λογισμός Ι

1η Εβδ.: Τα σύνολα των φυσικών, ρητών και πραγματικών αριθμών και οι ιδιότητες τους. Άνω και κάτω φράγμα συνόλου, μέγιστο και ελάχιστο συνόλου, infimum και supremum συνόλου. Βασικές προτάσεις. Παραδείγματα.

2η Εβδ.: Ακολουθίες πραγματικών αριθμών. Διαισθητική και αυστηρή περιγραφή της έννοιας της ακολουθίας, παραδείγματα. Η έννοια της σύγκλισης της ακολουθίας, φραγμένες ακολουθίες. Παραδείγματα.

3η Εβδ.: Η άλγεβρα των συγκλινουσών ακολουθιών, βασικές προτάσεις. Μελέτη κάποιων βασικών ακολουθιών. Παραδείγματα.

4η Εβδ.: Συναρτήσεις, φραγμένες συναρτήσεις, μονότονες συναρτήσεις, αντίστροφες συναρτήσεις. Όρια συναρτήσεων (ε-δ και ακολουθιακός ορισμός) παραδείγματα. Όριο από τα δεξιά και όριο από τα αριστερά. Παραδείγματα.

5η Εβδ.: Άλγεβρα των ορίων. Όρια στο άπειρο. Παραδείγματα. Υπολογισμός ορισμένων ορίων ειδικών συναρτήσεων. ε-δ ορισμός της έννοιας της συνέχειας συνάρτησης. Παραδείγματα.

6η Εβδ.: Ακολουθιακός ορισμός της έννοιας της συνέχειας συνάρτησης. Παραδείγματα. Ισοδυναμία του ε-δ ορισμού με τον ακολουθιακό ορισμό.

7η Εβδ.: Συνέχεια από τα δεξιά, συνέχεια από τα αριστερά και συνέχεια συνάρτησης σε διαστήματα. Παραδείγματα. Θεωρήματα επί της συνέχειας συναρτήσεων.

8η Εβδ.: Βασικά θεωρήματα επί της συνέχειας συνάρτησης σε κλειστά διαστήματα. Συνέχεια αντίστροφης συνάρτησης. Αντίστροφες τριγωνομετρικές συναρτήσεις.

9η Εβδ.: Η έννοια της παραγώγου, παραδείγματα. Παράγωγος από τα αριστερά και παράγωγος από τα δεξιά. Παραγωγισιμότητα σε διαστήματα. Παραδείγματα. Γεωμετρική ερμηνεία της παραγώγου.

10η Εβδ.: Κανόνες παραγώγισης. Παράγωγοι ορισμένων στοιχειωδών συναρτήσεων. Παράγωγοι ανώτερης τάξης.

11η Εβδ.: Η έννοια του διαφορικού συνάρτησης και εφαρμογές αυτού. Το θεώρημα του Rolle. Παραδείγματα.

12η Εβδ.: Το θεώρημα της Μέσης Τιμής. Εφαρμογές. Το γενικευμένο θεώρημα μέσης τιμής του Cauchy.

13η Εβδ.: Απροσδιόριστες μορφές και κανόνες του L’ Hospital.

14η Εβδ.: Τύπος του Taylor. Αναπτύγματα ορισμένων ειδικών συναρτήσεων.

Α3. Αναλυτική Γεωμετρία

1η Εβδ.: Διανυσματικός Λογισμός: ισότητα διανυσμάτων, πρόσθεση, αφαίρεση, αριθμητικός πολλαπλασιασμός. Σύντομη επανάληψη των εννοιών διανυσματικού χώρου, γραμμικής εξάρτησης, βάσης και διάστασης. Συστήματα αναφοράς στο επίπεδο και στο χώρο, δεξιόστροφα, αριστερόστροφα, ορθοκανονικά.

2η Εβδ.: Συνιστώσες ή συντεταγμένες ενός διανύσματος ως προς κάποια βάση. Ποια σχέση έχουν οι συνιστώσες παράλληλων ή συνεπίπεδων διανυσμάτων. Εφαρμογές των διανυσμάτων στην Ευκλείδεια Γεωμετρία για απόδειξη γνωστών ιδιοτήτων των σχημάτων (στις οποίες δεν έχουμε την χρήση της καθετότητος) όπως για παράδειγμα «οι διάμεσοι ενός τριγώνου περνούν από το ίδιο σημείο το οποίο τις χωρίζει σε λόγο 2/3» ή «το ΑΒΓΔ είναι τραπέζιο εάν η διάμεσος ΜΝ δυο μη διαδοχικών πλευρών είναι παράλληλη στις άλλες δύο».

3η Εβδ.: Άξονας, προβολή διανύσματος σε κάποιο άξονα, εσωτερικό γινόμενο και ιδιότητες του, συνημίτονο μιας γωνίας. Μέτρο ενός διανύσματος. Εφαρμογές στην Ευκλείδεια Γεωμετρία για απόδειξη γνωστών ιδιοτήτων των σχημάτων όπου εμφανίζεται καθετότητα («οι διαγώνιες ρόμβου είναι κάθετες») ή συνημίτονο («ο νόμος του συνημιτόνου»). Άλλες εφαρμογές στην Άλγεβρα και στην Τριγωνομετρία.

4η Εβδ.: Εξωτερικό και μικτό γινόμενο και βασικές ιδιότητες τους. Ημίτονο μιας γωνίας. Εφαρμογές στη Γεωμετρία («νόμος των ημιτόνων», εύρεση όγκου, διανυσματικές ταυτότητες), στην Άλγεβρα («ταυτότητα Lagrange») και στη Τριγωνομετρία (απλές ταυτότητες).

Αλλαγή συστήματος αναφοράς, πίνακας αλλαγής των συνιστωσών των διανυσμάτων. Εφαρμογή: τύποι αλλαγής μιας ορθοκανονικής βάσης του επιπέδου σε μια άλλη που προκύπτει με στροφή κατά γωνία θ.

5η Εβδ.: Προσδιορισμός σημείου στο χώρο. Διάνυσμα θέσεως ενός σημείου, συντεταγμένες σημείου ως προς κάποιο σύστημα συντεταγμένων. Εφαρμογές: Διάφορες γεωμετρικές-μετρικές ιδιότητες και υπολογισμοί με την βοήθεια των συντεταγμένων (πότε κάποια σημεία είναι συγγραμμικά, συνεπίπεδα, απόσταση σημείων, εμβαδόν τριγώνου και όγκος τετραέδρου). Αλλαγή συστήματος συντεταγμένων, παράλληλη μεταφορά και/ή στροφή.

6η Εβδ.: Γεωμετρικοί τόποι στο επίπεδο και στο χώρο. Καμπύλες και επιφάνειες. Αναλυτικές, διανυσματικές και παραμετρικές εξισώσεις. Ένωση, τομή γεωμετρικών τόπων. Βασική μελέτη (σημεία τομής, άξονες συμμετρίας κ.λ.π), σχεδίαση τους.

Η ευθεία γραμμή στο επίπεδο και στο χώρο. Διάφορες μορφές εξισώσεων της. Συντελεστής διευθύνσεως. Απόσταση σημείου από ευθεία. Σχετικές θέσεις μεταξύ ευθειών. Εύρεση της γωνίας δυο τεμνόμενων ευθειών. Θετικά και αρνητικά ημιεπίπεδα. Εφαρμογές στο σχεδιασμό επίπεδων γεωμετρικών χώρων και στο γραμμικό προγραμματισμό.

7η Εβδ.: Αξονική και επίπεδη (παράλληλη) δέσμη ευθειών εν συντομία.
Η περιφέρεια κύκλου στο επίπεδο. Διάφορες μορφές εξισώσεων. Ομόκεντροι κύκλοι. Σχετικές θέσεις μεταξύ ευθείας και κύκλου. Εφαπτόμενη ευθεία. Πόλοι και πολικές εν συντομία. Δέσμη περιφερειών.
Το επίπεδο στο χώρο. Διάφορες μορφές εξισώσεων επιπέδων.
8η Εβδ.: Διάνυσμα κάθετο σε επίπεδο. Σχετικές θέσεις μεταξύ επιπέδων με επίπεδα ή ευθείες. Η χρήση της τάξεως του πίνακα των συντελεστών των επιπέδων για την εύρεση των σχετικών τους θέσεων. Εύρεση της γωνίας δυο τεμνόμενων επιπέδων ή επίπεδου και ευθείας. Απόσταση σημείου από επίπεδο. Θετικά και αρνητικά ημιχώρια. Εφαρμογές στη Γραμ. Άλγεβρα (επίλυση γραμμικών εξισώσεων-ανισώσεων). Αξονική και κεντρική δέσμη επιπέδων εν συντομία.
9η Εβδ.: Η σφαίρα στο χώρο. Διάφορες μορφές εξισώσεων της. Ομόκεντρες σφαίρες και σφαιρικές συντεταγμένες. Σχετικές θέσεις μεταξύ σφαίρας και επιπέδου. Εφαρμογή: Εξίσωση περιφέρειας κύκλου στο χώρο. Εφαπτόμενο επίπεδο. Δέσμες σφαιρών.
Κωνικές τομές. Εκκεντρότητα και διευθετούσες κωνικών τομών.
Καμπύλες δευτέρου βαθμού στο επίπεδο γενικά. Γενική εξίσωση της εφαπτομένης μιας καμπύλης β' βαθμού εν συντομία. Παραδείγματα.
10η Εβδ.: Μελέτη των σπουδαιότερων κωνικών τομών: Έλλειψη, υπερβολή, παραβολή. Αναλυτική περιγραφή μιας έλλειψης και κατασκευή της. Εκκεντρότητα και διευθετούσες της. Ιδιότητες και εφαρμογές τους. Αναλυτική περιγραφή μιας υπερβολής και κατασκευή της. Εκκεντρότητα και διευθετούσες της. Ιδιότητες και εφαρμογές τους. Συζυγείς υπερβολές. Ασύμπτωτες υπερβολής.
11η Εβδ.: Αναλυτική περιγραφή μιας παραβολής και κατασκευή της. Εκκεντρότητα και διευθετούσα. Ιδιότητες και εφαρμογές τους. Αναλλοίωτες καμπυλών β' βαθμού σε παράλληλη μεταφορά και/ή στροφή του ορθογωνίου συστήματος. Αναγκαία και ικανή συνθήκη για να παριστάνει μια καμπύλη β' βαθμού ένα σύστημα ευθειών. Πότε η καμπύλη έχει κέντρο και πότε όχι με χρήση των αναλλοίωτων.
12η Εβδ.: Ταξινόμηση καμπυλών β' βαθμού με χρήση των αναλλοίωτων εν συντομία. Παραδείγματα.
Δέσμες ομοεστιακών κωνικών τομών. Εφαρμογή: ελλειπτικές, παραβολικές συντεταγμένες εν συντομία. Πολικές συντεταγμένες. Εξίσωση ευθείας και κωνικών τομών σε πολικές συντεταγμένες. Διάφορες άλλες καμπύλες δοσμένες με τις παραμετρικές τους εξισώσεις εν συντομία.
13η Εβδ.: Επιφάνειες στο χώρο γενικά. Άλλα συστήματα συντεταγμένων στο χώρο: Σφαιρικές και κυλινδρικές συντεταγμένες. Εφαρμογές.
Α) Μελέτη μιας επιφάνειας όταν μας δίνεται ως γεωμετρικός τόπος. Οι ευθειογεννείς επιφάνειες. Αναλυτικές εξισώσεις τους. Μερικές περιπτώσεις ευθειογεννών: Οι κωνικές επιφάνειες και η εξίσωσή τους. Παραδείγματα. Οι κυλινδρικές επιφάνειες και η εξίσωσή τους. Παραδείγματα. Οι κωνοειδείς επιφάνειες και η εξίσωσή τους. Παραδείγματα. Επιφάνειες εκ περιστροφής. Παραδείγματα.
14η Εβδ.: Β) Μελέτη μιας επιφάνειας όταν μας δίνεται η αναλυτική εξίσωσή της. Μερικές περιπτώσεις καμπυλών β βαθμού: Ελλειψοειδές, μονόχωνο και δίχωνο υπερβολοειδές, ελλειπτικό και υπερβολικό παραβολοειδές. Οι υπόλοιπες επιφάνειες β' βαθμού. Εφαπτόμενη ευθεία και εφαπτόμενο επίπεδο επιφάνειας β' βαθμού. Αναλλοίωτες επιφανειών β' βαθμού και η χρήση τους. Εφαρμογή: Ταξινόμηση επιφανειών β βαθμού εν συντομία.

Α4. Εισαγωγή στη Πληροφορική
· Σύντομη ιστορική αναδρομή, Σύγχρονοι υπολογιστές, Λογισμικό-Υλικό.
· Αρχεία, οργάνωση αρχείων σε καταλόγους.
· Βασικά δομικά στοιχεία ενός υπολογιστή: Αριθμητική και Λογική μονάδα (αθροιστής, συσσωρευτής), κύρια μνήμη, συσκευές εισόδου-εξόδου, μονάδα ελέγχου και εκτέλεση προγραμμάτων (παραδείγματα απλών προγραμμάτων Assebly).
· Στοιχειώδεις τύποι δεδομένων (ακέραιοι, χαρακτήρες, αριθμοί κινητής υποδιαστολής), απλές πράξεις ακεραίων, αριθμών κινητής υποδιαστολής.
· Αλγόριθμοι: η έννοια του αλγορίθμου, διαγράμματα ροής.
· Γλώσσες περιγραφής αλγορίθμων, δηλώσεις μεταβλητών, εκτέλεση εντολών υπό συνθήκη (η εντολή if … then … else), η έννοια του βρόχου (η εντολή while).
· Εισαγωγή στη γλώσσα Προγραμματισμού C: Δομή ενός προγράμματος C, προ-επεξεργαστής (include, define), τύποι δεδομένων: int, float, char, double, είσοδος-έξοδος με χρήση των printf, scanf, αριθμητικοί τελεστές, σχεσιακοί τελεστές, λογικοί τελεστές, εντολές while, for, ομαδοποίηση εντολών.
· Σύνθετες δομές δεδομένων: διανύσματα – πίνακες.
· Αλγόριθμοι επεξεργασίας διανυσμάτων: Σειριακή αναζήτηση, δυαδική αναζήτηση, διάταξη φυσαλίδας (υλοποίηση σε C), εσωτερικό-εξωτερικό γινόμενο διανυσμάτων.
· Παράλληλη επεξεργασία (μοντέλο cobegin-coend).

Α5. Αγγλικά – Α6. Γαλλικά

Γενικός στόχος των μαθημάτων είναι να προσφέρονται στους φοιτητές τα απαραίτητα εφόδια έτσι ώστε να είναι σε θέση, στο τέλος του δευτέρου έτους σπουδών, να διαβάζουν μαθηματικά επιστημονικά κείμενα που είναι γραμμένα στην Αγγλική - Γαλλική, να παρακολουθούν διαλέξεις και σεμινάρια και να παρουσιάζουν προφορικά και γραπτά δικές τους εργασίες.

Δεύτερο Εξάμηνο

Β1. Απειροστικός Λογισμός ΙΙ
1η Εβδ.: Η έννοια του αορίστου ολοκληρώματος-Παραδείγματα. Μέθοδος ολοκλήρωσης με αντικατάσταση- Παραδείγματα.
2η Εβδ.: Παραγοντική ολοκλήρωση-Παραδείγματα.
3η Εβδ.: Ολοκλήρωση ρητών συναρτήσεων-Παραδείγματα.
4η Εβδ.: Ολοκλήρωση αρρήτων συναρτήσεων-Παραδείγματα. Ολοκλήρωση τριγωνομετρικών συναρτήσεων-Παραδείγματα.
5η Εβδ.: Το ολοκλήρωμα του Riemman συνεχούς συνάρτησης, άνω άθροισμα του Riemman, κάτω άθροισμα του Riemman, άθροισμα του Riemman που αντιστοιχεί σε μία διαμέριση του πεδίου ορισμού της συνάρτησης, γεωμετρική ερμηνεία των παραπάνω αθροισμάτων, παραδείγματα. Ορισμός του ολοκληρώματος του Riemman.
6η Εβδ.: Απόδειξη της ύπαρξης του ολοκληρώματος του Riemman για συνεχείς συναρτήσεις. Ιδιότητες του ολοκληρώματος του Riemman. Θεωρήματα μέσης τιμής. Α θεώρημα μέσης τιμής, Β θεώρημα μέσης τιμής του Bonnet. Β γενικευμένο θεώρημα μέσης τιμής του Bonnet-παραδείγματα.
7η Εβδ.: Το στοιχειώδες θεώρημα του Απειροστικού Λογισμού για ολοκληρώματα-Παραδείγματα. Ορισμένα ολοκληρώματα, αλλαγή μεταβλητής ολοκλήρωσης, μέθοδοι ολοκλήρωσης. Αριθμητικές μέθοδοι υπολογισμού ορισμένων ολοκληρωμάτων, κανόνας του ορθογωνίου, κανόνας του τραπεζίου, κανόνας του Simpson-παραδείγματα.
8η Εβδ.: Γενικευμένα ολοκληρώματα Α είδους-παραδείγματα. Κριτήρια σύγκλισης γενικευμένων ολοκληρωμάτων Α είδους-παραδείγματα. Γενικευμένα ολοκληρώματα Β είδους-παραδείγματα. Κριτήρια σύγκλισης γενικευμένων ολοκληρωμάτων Β είδους-παραδείγματα. Γενικευμένα ολοκληρώματα μεικτού είδους-παραδείγματα.
9η Εβδ.: Η έννοια του εμβαδού. Εμβαδόν απλών γεωμετρικών σχημάτων (ορθογώνιο, τρίγωνο, πολύγωνο, κύκλος). Εμβαδόν αυθαίρετων επίπεδων σχημάτων. Εφαρμογές του ολοκληρώματος Riemann στον υπολογισμό του εμβαδού επίπεδων σχημάτων.
10η Εβδ.: Η έννοια του μήκους μιας καμπύλης. Μήκος απλών καμπυλών (ευθύγραμμο τμήμα, ένωση ευθύγραμμων τμημάτων, τόξο). Ευθυγραμμίσιμες καμπύλες. Παράδειγμα μη-ευθυγραμμίσιμης καμπύλης. Εφαρμογή του ολοκληρώματος Riemann στον υπολογισμό του μήκους ευθυγραμμίσιμων καμπυλών, σε καρτεσιανές και πολικές συντεταγμένες.
11η Εβδ.: Η έννοια του όγκου ενός σώματος. Όγκος απλών σωμάτων (παραλληλεπίπεδο, τετράεδρο, πολύεδρο, σφαίρα). Ο όγκος κυλίνδρου. Εφαρμογή του ολοκληρώματος Riemann στον υπολογισμό του όγκος σώματος εκ περιστροφής. Η έννοια της επιφάνειας. Εφαρμογή του ολοκληρώματος Riemann στον υπολογισμό του εμβαδού της επιφάνειας ενός σώματος εκ περιστροφής. Η έννοια του έργου στη Φυσική. Εφαρμογή του ολοκληρώματος Riemann στον υπολογισμό του έργου.
12η Εβδ.: Η έννοια της (αριθμητικής) σειράς. Συγκλίνουσες και αποκλίνουσες σειρές. Το άθροισμα μιας γεωμετρικής προόδου με λόγο q, $|q| < 1$. Αν η σειρά συγκλίνει, τότε η ακολουθία των γενικών όρων τείνει στο μηδέν. Η αρμονική σειρά. Εκδοχή του κριτηρίου Cauchy για τις βασικές ακολουθίες στην περίπτωση σειρών. Σύγκριση σειρών. Η σειρά των δυνάμεων των αντιστρόφων των φυσικών αριθμών. Κριτήριο d'Alambert. Κριτήριο Cauchy. Κριτήριο Gauss.
13η Εβδ.: Απόλυτα συγκλίνουσες σειρές. Αθροίσματα σειράς μετά από μεταθέσεις των όρων της. Το Θεώρημα του Riemann. Κριτήριο Dirichlet. Κριτήριο Leibnitz.
14η Εβδ.: Δυναμοσειρές. Σειρές Taylor μερικών συναρτήσεων. Υπολογισμός ορισμένων και αόριστων ολοκληρωμάτων και εμβαδών επιφανειών με τη χρήση μαθηματικού λογισμικού.

Β2. Γραμμική Άλγεβρα Ι
1η Εβδ.: Ο Χώρος των προσανατολισμένων διανυσμάτων. Εσωτερικές και εξωτερικές πράξεις πάνω σε σύνολα. Σώματα (ορισμός και στοιχειώδεις ιδιότητες). Παραδείγματα. Αριθμητικά σώματα. Διανυσματικοί Χώροι (ορισμός, παραδείγματα και βασικές ιδιότητες).
2η Εβδ.: Διανυσματικοί υπόχωροι. Γραμμικοί συνδιασμοί. Υπόχωροι που παράγονται από σύνολα διανυσμάτων. Πράξεις πάνω στους υποχώρους: τομή, άθροισμα και ευθύ άθροισμα υποχώρων.
3η Εβδ.: Γραμμική ανεξαρτησία διανυσμάτων. Πεπερασμένα παραγόμενοι διανυσματικοί χώροι. Η έννοια της βάσης. Βασικά θεωρήματα πάνω στις βάσεις.

Παραδείγματα.
4η Εβδ.: Διάσταση. Βασικά θεωρήματα πάνω στην διάσταση. Μέθοδοι εύρεσης βάσης και διάστασης, παραδείγματα. Εφαρμογή στις αναγωγικές ακολουθίες. Παραδείγματα.
5η Εβδ.: Γραμμικές απεικονίσεις. Εικόνα και πυρήνας γραμμικής απεικόνισης. Ειδικοί τύποι γραμμικών απεικονίσεων (μονομορφισμός, επιμορφισμός,ισομορφισμός, προβολή, κτλ). Θεώρημα γραμμικής επέκτασης.
6η Εβδ.: Βαθμίδα (τάξη) γραμμικής απεικόνισης. Θεμελιώδες θεώρημα διαστάσεων. Κριτήρια ισομορφισμών. Εφαρμογή στην διάσταση αθροίσματος υποχώρων. Εφαρμογή στον χώρο λύσεων Γραμμικών Συστημάτων.
7η Εβδ.: Γραμμικές Μορφές. Δυικοί χώροι και δυικές βάσεις. Μηδενιστές. Αναστροφή γραμμικής απεικόνισης. Εφαρμογές στην βαθμίδα.
8η Εβδ.: Χώροι πηλίκα και γραμμικές ισοδυναμίες. Η άλγεβρα των γραμμικών απεικονίσεων. Βαθμίδα αθροίσματος και σύνθεσης γραμμικών απεικονίσεων.
9η Εβδ.: Πίνακας γραμμικής απεικόνισης. Ο ισομορφισμός f ® M(f) του διανυσματικού χώρου HomK(E, F) των γραμμικών απεικονίσεων f : E ® F με τον διανυσματικό χώρο Mm´n(K), όπου dimKE = m και dimKF = n. Ο ισομορφισμός f ® M(f) στέλνει τη σύνθεση γραμμικών απεικονίσεων στο γινόμενο πινάκων. Αλλαγή βάσης, πίνακες μετάβασης και μεταβολή συνιστωσών.
10η Εβδ.: Αλλαγή βάσης για μια γραμμική απεικόνιση. Ισοδύναμοι και όμοιοι πίνακες. Βαθμίδα (τάξη) πίνακα. Η τάξη των γραμμών ενός πίνακα είναι ίση με την τάξη των στηλών του. Η εξίσωση r(f) = r(M(f)).
11η Εβδ.: Ορίζουσες. Ορισμός, ύπαρξη, μοναδικότητα. Βασικές ιδιότητες οριζουσών. Ειδικοί τύποι οριζουσών.
12η Εβδ.: Ορίζουσα γινομένου πινάκων και αναστρόφου πίνακα. Ελλάσονα ορίζουσα. Συμπαράγοντες. Αναπτύγματα ορίζουσας (κατά γραμμές/στήλες). Μέθοδοι υπολογισμού οριζουσών.
13η Εβδ.: Εφαρμογές οριζουσών στους πίνακες και τα συστήματα. Αντιστροφή τετραγωνικού πίνακα. Προσαρτημένος ενός πίνακα. Η γενική λύση ενός γραμμικού συστήματος. Εφαρμογή στην επίλυση συστημάτατων Cramer.
14η Εβδ.: Ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα ενός ενδομορφισμού και ενός τετραγωνικού πίνακα. Χαρακτηριστικό πολυώνυμο. Ιδιόχωροι. Αλγεβρική και γεωμετρική πολλαπλότητα ιδιοτιμών.

Β3. Φυσική Ι
1η Εβδ.: Βασική ταξινόμηση των κλάδων της φυσικής. Θεωρίες της φυσικής. Το πείραμα στην φυσική. Η εξέλιξη της φυσικής.
2η Εβδ.: Μαθηματικές μέθοδοι Ι: Συναρτήσεις μίας μεταβλητής. Συστήματα συντεταγμένων, συναρτήσεις, παράγωγος, ορισμένο και αόριστο ολοκλήρωμα, στοιχειώδεις συναρτήσεις.
3η Εβδ.: Μαθηματικές μέθοδοι ΙΙ: Συναρτήσεις πολλών μεταβλητών. Διανύσματα, διάνυσμα θέσης, βαθμωτό γινόμενο, εξωτερικό γινόμενο, διανύσματα μεταβαλλόμενα με το χρόνο, παράγωγος, διανυσματικά πεδία.
4η Εβδ.: Χώρος. Χρόνος. Σωμάτιο. Στερεό σώμα. Θέση. Ταχύτητα. Επιτάχυνση.
5η Εβδ.: Μάζα. Δύναμη. Ενέργεια. Έργο. Ορμή. Στροφορμή.
6η Εβδ.: Στοιχειώδη σωμάτια και νόμοι διατήρησης.
7η Εβδ.: Νόμος Νεύτωνος. Θεώρημα διατήρησης ενέργειας. Θεώρημα έργου-ενέργειας. Νόμος διατήρησης ορμής και στροφορμής.
8η Εβδ.: Ταλαντώσεις.
9η Εβδ.: Παγκόσμια έλξη.
10η Εβδ.: Μελέτη της κίνησης σε κεντρικό πεδίο.
11η Εβδ.: Περιστροφές στερεών σωμάτων.
12η Εβδ.: Στατική των ρευστών.
13η Εβδ.: Δυναμική των ρευστών.

Β4. Γλώσσες Προγραμματισμού
· Επισκόπηση εισαγωγικών εννοιών προγραμματισμού σε C (δήλωση μεταβλητών, είσοδος-έξοδος, αριθμητικοί-λογικοί τελεστές, εντολές while, for, ομαδοποίηση εντολών).
· Συναρτήσεις (ορισμός, κλήση, call by value, εμβέλεια μεταβλητών), η εντολή return, αναδρομικές συναρτήσεις, υλοποίηση αλγορίθμων επεξεργασίας διανυσμάτων-πινάκων με χρήση συναρτήσεων.
· Δείκτες: ορισμός, δείκτες ως ορίσματα εισόδου σε συναρτήσεις.
· Αρχεία, οι εντολές fopen, fscanf, fprintf, fclose.

· Δομή struct, διασυνδεδεμένες λίστες (αρχικοποίηση, εισαγωγή, διαγραφή).
· Εισαγωγή στη γλώσσα προγραμματισμού Fortran: οι εντολές, READ, WRITE, αριθμητικοί, σχεσιακοί, λογικοί τελεστές, εκτέλεση εντολών υπό συνθήκη (εντολή IF … THEN … ELSE). Βρόχοι (εντολή DO). Πίνακες, διανύσματα. Υπορουτίνες (SUBROUTINES), συναρτήσεις (FUNCTIONS), αρχεία (εντολή OPEN), ορισμός ολικών μεταβλητών (εντολή PARAMETER).

Τρίτο Εξάμηνο

Γ1. Απειροστικός Λογισμός ΙΙΙ
1η Εβδ.: Ο διανυσματικός χώρος R3, ταύτιση σημείων του χώρου με διατεταγμένες τριάδες και με διανύσματα (ορισμός), μέτρο διανύσματος, ίσα διανύσματα, μοναδιαία διανύσματα, γεωμετρική ερμηνεία αθροίσματος και διαφοράς διανυσμάτων, κανονική βάση του R3. Εξίσωση ευθείας, που περνά από δοθέν σημείο και έχει τη διεύθυνση δοθέντος διανύσματος. Εξίσωση ευθείας, που περνά από δύο δοθέντα σημεία. Εφαρμογές διανυσμάτων στη Φυσική (μετατόπιση, ταχύτητα, δυνάμεις ...).
2η Εβδ.: Ορισμός εσωτερικού γινομένου δύο διανυσμάτων, ιδιότητες εσωτ. γινομένου, σχέση νόρμας και εσωτερικού γινομένου, γεωμετρική ερμηνεία εσωτ. γινομένου. Απόδειξη της σχέσης <a, b>=||a|| ||b|| cos θ, απόδειξη της ανισότητας Cauchy-Schwarz. Ορθογώνια διανύσματα, ορισμός και τύποι (με απόδειξη) ορθογωνίων προβολών ενός διανύσματος στη διεύθυνση δύο δοθέντων διανυσμάτων, μήκος προβολής.
3η Εβδ.: Ορισμός εξωτερικού γινομένου, ιδιότητες, γεωμετρική ερμηνεία (με απόδειξη), εφαρμογές. Εξίσωση επιπέδου, που είναι κάθετο σε δοθέν διάνυσμα και περνά από δοθέν σημείο. Απόσταση σημείου από επίπεδο. Ορισμός του n-διάστατου ευκλείδειου χώρου, κανονική βάση, εσωτερικό γινόμενο, νόρμα, ανισότητα Cauchy-Schwarz, τριγωνική ανισότητα στον Rn.
4η Εβδ.: Ορισμός διανυσματικών συναρτήσεων και συναρτήσεων πολλών μεταβλητών, παραδείγματα (και στη φυσική). Ορισμός γραφήματος πραγματικών συναρτήσεων πολλών μεταβλητών, σύνολα στάθμης (καμπύλη και επιφάνεια στάθμης), παραδείγματα, τομές γραφήματος με κατακόρυφα επίπεδα. Ορισμός ορίου διανυσματικής συνάρτησης πολλών μεταβλητών σ' ένα σημείο, ιδιότητες (μοναδικότητα ορίου, όριο αθροίσματος, γινομένου, πηλίκου συναρτήσεων κλπ) (με μερικές μόνο αποδείξεις ενδεικτικά). Ορισμός συνέχειας διανυσματικής συναρτήσεως πολλών μεταβλητών, ιδιότητες (συνέχεια αθροίσματος συνεχών κλπ) (χωρίς απόδειξη).
5η Εβδ.: Ορισμός ανοικτού υποσυνόλου του Rn, ορισμός μερικής παραγώγου, παραδείγματα. Αντιπαράδειγμα: ύπαρξη μερικής παραγώγου σε ένα σημείο δεν εξασφαλίζει τη συνέχεια της συνάρτησης. Μερική (χωριστή) συνέχεια πραγματικής συνάρτησης f πολλών μεταβλητών. Απόδειξη της πρότασης: f συνεχής ή f μερικώς συνεχής ως προς κάθε μεταβλητή. Αντιπαράδειγμα για το αντίστροφο. Απόδειξη της πρότασης: f μερικώς παραγωγίσιμη στο x0 ή f μερικώς συνεχής στο x0. Γεωμετρική ερμηνεία μερικής παραγώγου.
6η Εβδ.: Μειονεκτήματα ορισμού μερικής παραγώγου, ορισμός παραγωγισιμότητας για f : R2 ® R, εφαπτόμενο επίπεδο, γενίκευση παραγωγισιμότητας για f : Rn ® Rm, παράγωγος και διαφορικό. Χωρίς απόδειξη οι προτάσεις: 1) παραγωγίσιμη ή συνεχής και 2) ύπαρξη και συνέχεια όλων των μερικών παραγώγων μιας f : Rn ® Rm σε μια περιοχή ενός x0 εξασφαλίζει την παραγωγισμότητα της f στο x0.
7η Εβδ.: Ιδιότητες παραγώγου: παράγωγος σταθερού πολλαπλασίου, αθροίσματος, γινομένου, πηλίκου συναρτήσεων, σύνθετης συνάρτησης (ο κανόνας της αλυσίδας σε διάφορες μορφές) (με ενδεικτικές μόνο αποδείξεις). Γεωμετρική ερμηνεία πίνακα παραγώγων.
8η Εβδ.: Ορισμός κλίσης μιας f : R3 ® R στο x0, ορισμός παραγώγου κατά κατεύθυνση, τύπος-σχέση-παραγώγου κατά κατεύθυνση με gradient (με απόδειξη). Γεωμετρική σημασία κλίσης, σχέση κλίσης με επιφάνειες στάθμης (με απόδειξη), εφαπτόμενο επίπεδο μιας επιφάνειας στάθμης. Ορισμός πολλαπλών μερικών παραγώγων, ισότητα μεικτών παραγώγων 2ας τάξεως (χωρίς απόδειξη).
9η Εβδ.: Το θεώρημα του Taylor για f : R ® R και για f : Rn ® R. Ειδικά για f : R2 ® R : 1) γραμμική προσέγγιση, 2) τετραγωνική προσέγγιση και 3) προσέγγιση 3ης τάξεως με γεωμετρική ερμηνεία για τις περιπτώσεις 1) και 2). Αναλυτική μορφή του υπολοίπου (Lagrange) (χωρίς απόδειξη, απλή αναφορά στο 2ο θεώρημα μέσης τιμής για ολοκληρώματα, από το οποίο προκύπτει) .
10η Εβδ.: Ορισμός τοπικού μεγίστου, ελαχίστου, κρίσιμου σημείου μιας πραγματικής συνάρτησης πολλών μεταβλητών. Απόδειξη της πρότασης : f παραγωγίσιμη και x0 τοπικό ακρότατο της f ή x0 κρίσιμο σημείο της f. Ορισμός τετραγωνικής συνάρτησης θετικά και αρνητικά ορισμένης, ορισμός Εσσιανής πραγματικής συνάρτησης πολλών μεταβλητών. Χωρίς απόδειξη οι παρακάτω προτάσεις: 1) Ένα κρίσιμο σημείο μιας πραγματικής συνάρτησης πολλών μεταβλητών είναι τοπικό ακρότατο, αν η Εσσιανή της συνάρτησης σ' αυτό το σημείο είναι θετικά ή αρνητικά ορισμένη. 2) Κριτήριο για το πότε μια τετραγωνική συνάρτηση, ορισμένη από ένα 2χ2 πίνακα, είναι θετικά ή αρνητικά ορισμένη, 3) Ως συμπέρασμα των δύο τελευταίων προτάσεων: Κριτήριο (με τη βοήθεια των μερικών παραγώγων και της διακρίνουσας) για το πότε ένα κρίσιμο σημείο μιας πραγματικής συνάρτησης δύο μεταβλητών είναι τοπικό ακρότατο. Εφαρμογές.
11η Εβδ.: Εφαρμογές, που δείχνουν την ανάγκη εύρεσης υπό συνθήκη μεγίστων και ελαχίστων μιας f. Κριτήριο εύρεσης πιθανών μεγίστων και ελαχίστων

υπό συνθήκη μια πραγματικής συνάρτησης δύο ή τριών μεταβλητών (πολ/στης Lagrange) (χωρίς απόδειξη).
12η Εβδ.: Μέθοδος εύρεσης απόλυτων ακροτάτων μιας πραγματικής συνάρτησης, ορισμένης σ' ένα πεδίο του R2. Εξασφάλιση ύπαρξης απολύτου ακροτάτου (θεώρημα μεγίστου-ελαχίστου για συνεχή πραγματική συνάρτηση ορισμένη σε κλειστό και φραγμένο υποσύνολο του Rn) (χωρίς απόδειξη). Παράδειγμα συνάρτησης ορισμένης πεπλεγμένα. Υπολογισμός της παραγώγου της. Το θεώρημα των πεπλεγμένων συναρτήσεων (χωρίς απόδειξη).
13η Εβδ.: Ορισμός καμπύλης στον Rn, τροχιά, άκρα καμπύλης, καμπύλη στο επίπεδο, στο χώρο. Παραδείγματα (κυκλοειδούς τροχιάς, επικυκλίου). Παράγωγος μιας καμπύλης στο χώρο, μέση διανυσματική ταχύτητα, διάνυσμα ταχύτητας, γεωμετρική ερμηνεία διανύσματος ταχύτητας μιας καμπύλης, εξίσωση εφαπτομένης μιας καμπύλης, ταχύτητα κινητού, που κινείται πάνω σε καμπύλη.
14η Εβδ.: Ορισμός μήκους τόξου για καμπύλη στον Rn και ειδικά για καμπύλη στο επίπεδο και στο χώρο. Ορισμός επικαμπυλίου ολοκληρώματος μιας πραγματικής συνάρτησης τριών μεταβλητών κατά μήκος μιας καμπύλης. Γεωμετρική ερμηνεία. Παραδείγματα.

Γ2. Διακριτά Μαθηματικά
Έννοιες της θεωρίας γραφημάτων, βασικές κατηγορίες γραφημάτων και υπογραφημάτων. Εύρεση συνδετικών δένδρων σε γραφήματα (κατά βάθος, κατά πλάτος και ελαχίστου βάρους), εύρεση συνδεδεμένων συνιστωσών ελαχίστων αποστάσεων, μεγίστη ροής (θεώρημα Menge), μεγίστης αντιστοίχησης. Διαδρομές Euler και χαρακτηρισμός επιπέδων γραφημάτων.

Γ3. Γραμμική Άλγεβρα ΙΙ
1η Εβδ.: Διαγωνοποίηση και τριγωνοποίηση γραμμικής απεικόνισης και πίνακα. Βασικά κριτήρια διαγωνοποίησης-τριγωνοποίησης. Μηδενοδύναμοι και ταυτοδύναμοι πίνακες. Εφαρμογές στις ακολουθίες Fibonacci και στις αναγωγικές ακολουθίες..
2η Εβδ.: Ελάχιστο πολυώνυμο γραμμικής απεικόνισης και πίνακα. Θεώρημα Cayley-Hamilton. Εφαρμογές στην αντιστροφή πίνακα και στην εύρεση δύναμης πίνακα.
3η Εβδ.: Αναλλοίωτοι υπόχωροι. Ανάλυση Fitting: κάθε τετραγωνικός πίνακας μπορεί να γραφτεί ως άθροισμα ενός διαγωνοποιήσιμου και ενός μηδενοδύναμου πίνακα. Θεμελιώδες θεώρημα διάσπασης των πυρήνων.
4η Εβδ.: Υπενθύμιση βασικών εννοιών από την θεωρία πολυωνύμων: Ευκλείδεια διαίρεση, ταυτότητα Bezout, πρώτα και ανάγωγα πολυώνυμα, ελάχιστο κοινό πολλαπλάσιο και μέγιστος κοινός διαιρέτης πολυωνύμων. Θεώρημα πρωταρχικής ανάλυσης πολυωνύμων.
5η Εβδ.: Θεώρημα πρωταρχικής ανάλυσης για γραμμικές απεικονίσεις. Εφαρμογές στις γραμμικές απεικονίσεις και στους πίνακες.
6η Εβδ.: Κυκλικοί υπόχωροι. Γενικευμένα ιδιοδιανύσματα. Μηδενοδύναμοι ενδομορφισμοί και πίνακες.
7η Εβδ.: Στοιχειώδεις διαιρέτες. Ρητή κανονική μορφή. Αλγόριθμοι εύρεσης της ρητής κανονικής μορφής. Εφαρμογές στην ομοιότητα πινακών.
8η Εβδ.: Κανονική μορφή Jordan. Αλγόριθμοι εύρεσης της κανονικής μορφής Jordan. Παραδείγματα. Εφαρμογές στην ομοιότητα πινάκων.
9η Εβδ.: Διγραμμικές Μορφές. Εσωτερικά και Ερμητιανά γινόμενα. Τετραγωνικές μορφές. Ευκλείδειοι και Ερμητιανοί χώροι.
10η Εβδ.: Τριγωνική ανισότητα, ανισότητα Cauchy-Schwarz. Διαδικασία Gram-Schmidt. Ορθοκανονικές βάσεις. Ορθογώνιοι υπόχωροι και ορθόγωνιο συμπλήρωμα.
11η Εβδ.: Ο Συζυγής (προσαρτημένος) ενός ενδομορφισμού. Βασικές ιδιότητες αυτοσυζυγών τελεστών και οι ιδιοτιμές τους.
12η Εβδ.: Φασματικό θεώρημα για αυτοσυζυγείς τελεστές. Θεώρημα κύριων αξόνων. Εφαρμογές και παραδείγματα.
13η Εβδ.: Κανονικοί πίνακες και κανονικοί τελεστές. Μοναδιαία ορθογώνιοι πίνακες. Φασματικό θεώρημα για κανονικούς τελεστές.
14η Εβδ.: Συμμετρικοί, ορθογώνιοι και Ερμητιανοί πίνακες. Ισομετρίες και ορθογώνιοι τελεστές. Περιγραφή των ισομετριών στον R2 και R3. Στροφές επιπέδου ως προς άξονα και ανακλάσεις. Εφαρμογή: ταξινόμηση τετραγωνικών επιφανειών στον R3. Παραδείγματα.

Γ4. Θεωρία Πολυπλοκότητας και Αλγορίθμων
Λέξεις. Αλγόριθμοι. Κανονικοί Αλγόριθμοι. Καθολικός αλγόριθμος. Βασικά θεωρήματα μη-ύπαρξης αλγορίθμων. Υπολογισιμότητα. Το πρόβλημα του Thue. Αλγόριθμοι στη Μαθηματική Ανάλυση.

Γ5. Επιστημονικός Υπολογισμός
Ακριβείς και προσεγγιστικές λύσεις εξισώσεων, συστημάτων εξισώσεων, διαφορικών εξισώσεων. Τεχνικές βελτιστοποίησης. Υπολογισμός ορίων. Τεχνικές Monte Carlo. Συναρτήσεις (γραφική παράσταση, υπολογισμός παραγώγων, αριθμητική διαφόριση).

Τέταρτο Εξάμηνο

Δ1. Απειροστικός Λογισμός IV

Διανυσματικός Λογισμός. Διπλά ολοκληρώματα. Ορισμός. Ιδιότητες. Υπολογισμός με επαναλαμβανόμενη ολοκλήρωση. Παραδείγματα. Ιακωβιανή ορίζουσα. Τύπος αλλαγής συντεταγμένων (με γεωμετρική αιτιολόγηση). Πολικές συντεταγμένες. Θεώρημα του Green στο επίπεδο. Εφαρμογές του θεωρήματος του Green. Η φυσική ερμηνεία της περιστροφής και αποκλίσεως ενός διανυσματικού πεδίου. Τριπλά ολοκληρώματα. Ορισμός, ιδιότητες, υπολογισμός. Παραδείγματα. Τύπος αλλαγής συντεταγμένων. Σφαιρικές, κυλινδρικές συντεταγμένες. Εφαρμογές: Ροπές αδρανείας. Κέντρα βάρους. Γενικευμένα διπλά και τριπλά ολοκληρώματα. Επιφανειακά ολοκληρώματα: Παραμετρική παράσταση επιφανειών, εμβαδόν επιφάνειας, ιδιότητες επιφανειακών ολοκληρωμάτων, θεώρημα των Green-Gauss στις τρεις διαστάσεις, θεώρημα του Stokes. Εφαρμογές. Σειρές Fourier: Ορισμός, ιδιότητες, παραδείγματα.

Δ2. Άλγεβρα

1η Εβδ.: Στοιχειώδεις συνολοθεωρητικές έννοιες. Ενώσεις, τομές, διαφορά και συμπλήρωμα. Συναρτήσεις 1-1, επί. Αντίστροφη συνάρτηση, σύνθεση συναρτήσεων. Ορισμοί των συνόλων N, N*, Z, Z*, Q, Q+, Q*, R, R+, R*, C. Οι ποσοδείκτες ", $. Η έννοια του αντιπαραδείγματος. Η εις άτοπον απαγωγή. Η αρχή της μαθηματικής επαγωγής. Αρχή της καλής διάταξης. Αλγόριθμος της διαίρεσης στο Z. Μέγιστος κοινός διαιρέτης. Ελάχιστο κοινό πολλαπλάσιο. Πρώτοι αριθμοί. Θεώρημα μοναδικής παραγοντοποίησης στο Z.

2η Εβδ.: Σχέσεις ισοδυναμίας. Κλάσεις ισοδυναμίας. Παραδείγματα. Διμελείς πράξεις. Προσεταιριστικές πράξεις. Μεταθετικές πράξεις. Ουδέτερο και αντίστροφο στοιχείο. Ορισμός ημιομάδος, μονοειδούς και ομάδος. Παραδείγματα.

3η Εβδ.: Ορισμός αβελιανών ομάδων. Ομάδα του Klein. Νόμοι διαγραφής στις ομάδες. Ισοδυναμία ορισμού ομάδων με τις λύσεις των εξισώσεων ax = b και ya = b. Παραδείγματα. Ορισμός υποομάδας. Κριτήρια με τα οποία ένα υποσύνολο μιας ομάδος αποτελεί υποομάδα. Παραδείγματα.

4η Εβδ.: Κυκλικές ομάδες: Γεννήτορες κυκλικών ομάδων. Τάξη στοιχείου. Τάξη ομάδος. Παραδείγματα στοιχείων και ομάδων πεπερασμένης και άπειρης τάξης. Ορισμοί των ομάδων nZ, Zn. Λύσεις εξισώσεων στις ομάδες Zn. Παραδείγματα υπολογισμού υπολοίπων διαίρεσης «μεγάλων» αριθμών.

5η Εβδ.: Ορισμός αριστερών και δεξιών συμπλόκων υποομάδος μιας ομάδας. Ιδιότητες συμπλόκων. Σχέση αριστερών και δεξιών συμπλόκων. Σχέση αριστερών (ή δεξιών) συμπλόκων μεταξύ τους. Σύστημα αριστερών (ή δεξιών) αντιπροσώπων. Δείκτης υποομάδος. Θεώρημα Lagrange. Συνέπειες στις πεπερασμένες ομάδες. Ορισμός ομομορφισμού ομάδων. Ορισμοί μονομορφισμού, επιμορφισμού, ισομορφισμού, αυτομορφισμού.

6η Εβδ.: Ομάδες Μεταθέσεων: Ορισμός μετάθεσης. Ορισμός k-κύκλου. Ορισμός αντιμετάθεσης. Ορισμός της Sn. Ανάλυση μεταθέσεων σαν γινόμενα κύκλων ξένων μεταξύ τους. Ανάλυση κύκλων σαν γινόμενα αντιμεταθέσεων. Απόδειξη μοναδικότητας ως προς το πλήθος, της ανάλυσης μιας μετάθεσης σαν γινόμενο αντιμεταθέσεων. Ορισμός εναλλάσουσας ομάδος An : |Sn : An| = 2. Θεώρημα Cayley.

7η Εβδ.: Καρτεσιανό γινόμενο ομάδων. Ευθύ άθροισμα αβελιανών ομάδων. Συνθήκες ισομορφίας Zn ´ Zm και Zmn. Πυρήνας και εικόνα ομομορφισμού. Κανονικές υποομάδες. Ομάδες πηλίκα.

8η Εβδ.: Κανονικότητα ως μη μεταβατική ιδιότητα. Φυσικός επιμορφισμός G ® G/K. Πρώτο Θεώρημα Ισομορφισμών. Πορίσματα. Παραδείγματα.

9η Εβδ.: Ορισμός Δακτυλίου. Ιδιότητες. Ορισμός Σώματος. Υποδακτύλιοι. Ομομορφισμοί δακτυλίων. Πυρήνας και εικόνα ομομορφισμών δακτυλίων. Ορισμός Ιδεώδους. Ιδεώδη ως πυρήνες ομομορφισμών δακτυλίων. Δακτύλιοι πηλίκα. Πρώτο Θεώρημα Ισομορφισμών για δακτυλίους. Παραδείγματα.

10η Εβδ.: Κύριο Ιδεώδες. Ακέραια περιοχή. Χαρακτηριστική δακτυλίου. Ιδιότητες χαρακτηριστικής. Χαρακτηριστική ακέραιας περιοχής. Πρώτα και μέγιστα ιδεώδη. Σύνδεση πρώτων ιδεωδών και ακεραίων περιοχών. Σύνδεση μέγιστων ιδεωδών και απλών δακτυλίων. Μονάδες δακτυλίου. Ευκλείδειες Περιοχές.

11η Εβδ.: Δακτύλιοι πολυωνύμων: Ορισμός πολυωνύμων σαν ακολουθίες στοιχείων ενός δακτυλίου. Πράξεις μεταξύ τους. Απόδειξη ότι ο παραπάνω είναι δακτύλιος. Μετάβαση στον κλασικό ορισμό. Μονικά, ανάγωγα, παραγοντοποιήσιμα και πρωτόγονα πολυώνυμα. Πολυωνυμική συνάρτηση. Πυρήνας της fc : R[x] ® S, R £ S. Αλγεβρικά και υπερβατικά στοιχεία. Παραδείγματα.

12η Εβδ.: Ρίζες πολυωνύμων. Πολλαπλότητα. n-οστές ρίζες της μονάδας. Μέγιστοι κοινοί διαιρέτες. Θεώρημα μοναδικής παραγοντοποίησης.

13η Εβδ.: Πολυώνυμα πάνω στο Z. Θεώρημα Gauss (παραγοντοποίηση στο Q συνεπάγεται παραγοντοποίηση στο Z). Κριτήριο Eisenstein. Εφαρμογές.

Δ3. Γραμμικός Προγραμματισμός

1η Εβδ.: Το αντικείμενο του Γραμμικού Προγραμματισμού (ΓΠ). Η ιστορία του ΓΠ: προβλήματα τα οποία οδήγησαν στην ανάπτυξη του ΓΠ, η επίλυση προβλημάτων βελτιστοποίησης πριν από τον G. Dantzig, η συνεισφορά του G. Dantzig, η επανάσταση που έφεραν οι μέθοδοι του ΓΠ, πεδία εφαρμογής του ΓΠ, σχέση του ΓΠ με τη Θεωρία Παιγνίων. Μοντελοποίηση. Βασικοί κανόνες μοντελοποίησης. Το πρόβλημα της μεταφοράς. Το πρόβλημα της ανάθεσης. Διατύπωση του Προβλήματος Γραμμικού Προγραμματισμού (ΠΓΠ). Αντικειμενική συνάρτηση. Δυνατή λύση. Βέλτιστη λύση.

2η Εβδ.: ΠΓΠ σε δύο διαστάσεις: γραφική μέθοδος. Μοναδική βέλτιστη λύση. Απειρες βέλτιστες λύσεις. Ασυμβίβαστοι περιορισμοί. Μη-φραγμένο σύνολο δυνατών λύσεων. Μη-φραγμένες μεταβλητές. Πλεονάζοντες περιορισμοί.

3η Εβδ.: Υπενθύμιση απαραίτητων γνώσεων από τη Γραμμική Αλγεβρα: ο χώρος Rn, γραμμικές απεικονίσεις στον Rn, πυρήνας γραμμικής απεικόνισης, πίνακες, τάξη πίνακα, επίλυση συστημάτων γραμμικών εξισώσεων. Συστήματα γραμμικών ανισώσεων. Κυρτά σύνολα: ορισμός, παραδείγματα Η τομή μιας οικογένειας κυρτών συνόλων είναι κυρτό σύνολο. Το άθροισμα n κυρτών συνόλων είναι κυρτό σύνολο. Ακραίο σημείο ενός συνόλου. Κυρτή θήκη ενός συνόλου. Παραδείγματα στον R2 και R3. Το Θεώρημα Krein-Milman σε πεπερασμένες διαστάσεις (χωρίς απόδειξη). Παραδείγματα.

4η Εβδ.: Εισαγωγή στη μέθοδο Simplex. Βασικές λύσεις και βασικές δυνατές λύσεις. Οι βασικές δυνατές λύσεις αντιστοιχούν σε ακραία σημεία (κορυφές). Η ιδέα της μεθόδου Simplex. Πρότυπη μορφή ενός ΠΓΠ. Μορφή Simplex ενός ΠΓΠ. Πίνακας Simplex. Δυνατή τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης. Θεώρημα βέλτιστης τιμής.

5η Εβδ.: Θεώρημα μη-φραγμένης αντικειμενικής συνάρτησης. Μετασχηματισμοί του πίνακα Simplex. Εξερχόμενη και εισερχόμενη μεταβλητή: κριτήρια Dantzig. Έλεγχος βελτιστοποίησης. Πλήρης διατύπωση του Αλγορίθμου Simplex. Παραδείγματα.

6η Εβδ.: Δημιουργία αρχικής βάσης. Η μέθοδος του μεγάλου Μ. Παραδείγματα. Η μέθοδος των δύο φάσεων. Παραδείγματα. Εκφυλισμένες βασικές δυνατές λύσεις. Μεταβλητές χωρίς περιορισμό προσήμου. Παραδείγματα.

7η Εβδ.: Δυϊκό ΠΓΠ. Οικονομική ερμηνεία του δυϊκού ΠΓΠ. Σχέσεις ανάμεσα στην επιλυσιμότητα του πρωτεύοντος ΠΓΠ και την επιλυσιμότητα του δυϊκού ΠΓΠ. Θεώρημα Δυϊκότητας. Δυϊκοί πίνακες Simplex. Παραδείγματα.

8η Εβδ.: Ανάλυση ευαισθησίας: αντικείμενο και αιτίες. Μεταβολή συντελεστών αντικειμενικής συνάρτησης. Ανάλυση και ανάπτυξη βέλτιστης λύσης ΠΓΠ. Παραδείγματα.

9η Εβδ.: Προσθήκη νέας μεταβλητής. Προσθήκη νέου περιορισμού. Παραδείγματα. Εισαγωγή στην παραμετροποίηση. Παραμετροποίηση αντικειμενικής συνάρτησης.

10η Εβδ.: Παραμετροποίηση δευτέρου μέλους. Παραδείγματα εφαρμογής: προγραμματισμός τόρνου, μελέτη του χρόνου συντήρησης του τόρνου, το πρόβλημα του διαιτολογίου, το πρόβλημα των διοδίων.

11η Εβδ.: Ακέραιος και μικτός ΓΠ: περιγραφή και αιτίες για την ανάπτυξη τους. Παραδείγματα. Μεθοδολογία κλάδου και φράγματος. Εφαρμογές: ανάθεση αεροπορικών πτήσεων, κοπή λαμαρίνας.

12η Εβδ.: Το πρόβλημα της ανάθεσης. Ο Ουγγρικός αλγόριθμος. Το πρόβλημα της μεταφοράς. Ο αλγόριθμος stepping stone. Ελαχιστοποίηση χρόνου μεταφοράς. Ελαχιστοποίηση των βαθμών ασφαλείας.

13η Εβδ.: Πολυκριτήριος ΓΠ. Γενική μεθοδολογία μοντελοποίησης πολυκριτήριων γραμμικών προγραμμάτων. Βασικές έννοιες και ορισμοί: κυριαρχία, αποτελεσματικότητα, ιδεώδης λύση. Ο χώρος κριτηρίων. Λεξικογραφική βελτιστοποίηση. Μέθοδος του ολικού κριτηρίου, συνάρτηση αξιών, σταθμισμένος μέσος. Προγραμματισμός στόχων. Παραδείγματα.

Δ4. Μαθηματική Λογική

ΜΕΡΟΣ Α: Προτασιακός Λογισμός.

Σημασιολογική προσέγγιση. Εισαγωγή. Ιστορικό πλαίσιο εν συντομία. Η γλώσσα της Προτασιακής Λογικής που εδώ θα χρησιμοποιήσουμε. Τι είναι έκφραση, προτασιακός τύπος, δενδροδιάγραμμα κατασκευής. Η χρήση του θεωρήματος της αναδρομής στον ορισμό του προτασιακού τύπου. Εφαρμογές: Επαγωγή για τους προτασιακούς τύπους. Πως αποδίδουμε την τιμή αλήθειας σε κάποιο προτασιακό τύπο. Η έννοια της αποτίμησης. Παραδείγματα αποτίμησης σύνθετων τύπων με την χρήση του δενδροδιαγράμματος. Ταυτολογίες και αντιφάσεις. Ικανοποιήσιμα σύνολα από τύπους. Ταυτολογικές συνεπαγωγές από ένα σύνολο τύπων. Παραδείγματα με χρήση τυν πινάκων αλήθειας. Εφαρμογή: Η μέθοδος της σε άτοπο απαγωγής. Απόδειξη μερικών από τους νόμους της προτασιακής Λογικής (π.χ νόμος απόκλεισης τρίτου και νόμος De Morgan). Πλήρη σύνολα συνδέσμων. Κανονική διαζευκτική μορφή (ΚΔΜ) ενός τύπου. Η συνάρτηση Boole και ο προτασιακός τύπος σε ΚΔΜ που τον αντιπροσωπεύει. Πλήρη σύνολα συνδέσμων. Παράδειγματα μονοσύνολων πλήρων συνόλων συνδέσμων. Εφαρμογή: απλοποίηση προτασιακών τύπων .

Αξιωματική(τυπική) προσέγγιση. Αξιώματα και αποδεικτικοί κανόνες. Αξιωματικό σύστημα και τυπική απόδειξη από ένα σύνολο προτασιακών τύπων. Παραδείγματα. Συνεπές και αντιφατικό σώνολο προτασιακών τύπων. Βασικά εργαλεία: Θεώρημα απαγωγής, αντιθετοαντιστροφής και εις άτοπο απαγωγής. Παραδείγματα. Εγκυρότητα και Πληρότητα. Θεώρημα της Πληρότητος του Προτασιακού Λογισμού(χωρίς απόδειξη). Το θεώρημα Εγκυρότητας του Προτασιακού Λογισμού. Εφαρμογές: Το θεώρημα της συμπάγειας. Λογικός Προγραμματισμός. Ορολογία και συμβολισμός στο Λογικό Προγραμματισμό. Η μέθοδος της δυαδικής Επίλυσης. Ορθότητα και πληρότητα των αποδείξεων με επίλυση.

ΜΕΡΟΣ Β: Κατηγορηματικός Λογισμός.

Σημασιολογική προσέγγιση. Πρωτοβάθμιες Γλώσσες. Το σύνολο των όρων και των τύπων. Η έννοια της Δομής (ή Ερμηνείας) για μια Πρωτοβάθμια Γλώσσα. Παραδείγματα Δομών από την Θεωρία Συνόλων, και Θεωρία Αριθμών. Πότε μια μεταβλητή εμφανίζεται ελεύθερη και πότε δεσμευμένη σε ένα τύπο. Ποίοι τύποι λέγονται προτάσεις. Αποτίμηση σε μια Δομή. Παραδείγματα. Ορισμός Αλήθειας του Tarski. Παραδείγματα. Λογικές Συνεπαγωγές. Ικανοποιήσιμο σύνολο τύπων από μια αποτίμηση σε μια Δομή. Έγκυρος τύπος, λογικά ισοδύναμοι τύποι. Πότε ένας τύπος είναι λογική συνεπαγωγή ενός συνόλου τύπων.

Παραδείγματα. Οι νόμοι των ποσοδεικτών. Το θεώρημα της συμπάγειας (χωρίς απόδειξη). Κανονικές Μορφές. Δεσμευμένη εμπρός μορφή(prenex form), Συζευκτική κανονική μορφή (του τμήματος της πρότασης που δεν περιέχει ποσοδείκτες, Κανονική μορφή Skolem και συνολοθεωρητική μορφή. Πλήρη σύνολα συνδέσμων.
Αξιωματική(τυπική) προσέγγιση. Λογικά Αξιώματα, μη Λογικά Αξιώματα, Παράδειγμα: Αξιώματα Peano για την αριθμητική, αντικαταστασιμότητα (μεταβλητής από όρο), τυπικά θεωρήματα, το Θεώρημα της Γενίκευσης και το Θεώρημα της Γενίκευσης σταθεράς. Παραδείγματα εφαρμογής των Θεωρημάτων. Τα Θεωρήματα Εγκυρότητας και Πληρότητας του Κατηγορηματικού Λογισμού (χωρίς λεπτομέρειες). Σταθερές Henkin και οι ερμηνείες Herbrand. Εφαρμογές: Θεώρημα της Συμπάγειας. Η Prolog και ο Λογικός Προγραμματισμός. Εισαγωγή. Στοιχειώδεις τύποι και τύποι του Horn. Παραδείγματα. Τα Γεγονότα, οι Κανόνες και τα Ερωτήματα στην Prolog. Οι μεταβλητές, οι σταθερές, και τα κατηγορήματα. Οι λίστες και η διαχείρησή τους. Παραδείγματα. Ο μηχανισμός λειτουργίας της Prolog. Η διαδικασία ενοποίησης και επίλυσης στην Prolog. Εξαγωγή συμπερασμάτων και η διαδικασία επαναδρόμησης. Έλεγχος της επαναδρόμησης με την Τομή. Στρατηγικές έρευνας δένδρων: η πρώτα σε βάθος έρευνα. Αναδρομικοί ορισμοί στην Prolog. Η άρνηση στην Prolog και η παραδοχή του κλειστού σύμπαντος. Παραδείγματα.

Πέμπτο Εξάμηνο

Ε1. Ανάλυση Ι
1η Εβδ.: Αξιώματα φυσικών αριθμών, πράξεις και διάταξη στο N, απόδειξη αρχής ελαχίστου. Ορισμός ακεραίων και ρητών με σύντομη αναφορά στις πράξεις και στις ιδιότητες. Αξιωματική θεμελίωση του R: αναφορά των αξιωμάτων του διατεταγμένου σώματος και της πληρότητας, περιγραφή των τομών Dedekind και απόδειξη κάποιων (επιλεκτικά) κομματιών από το θεώρημα ύπαρξης και μοναδικότητας πλήρως διατεταγμένου σώματος. Ιδιότητες του sumpremum, απόδειξη Αρχιμήδειας ιδιότητας, απόδειξη ύπαρξης ρητού μεταξύ δύο πραγματικών, απόδειξη ύπαρξης αρρήτου μεταξύ δύο πραγματικών, απόδειξη ύπαρξης n-οστής ρίζας.
2η Εβδ.: Δεκαδική και δυαδική παράσταση πραγματικού αριθμού. Αρχή εγκλωβισμού, Θεώρημα Bolzano-Weistrass. Επανάληψη ακολουθιών. Πλήρης θεμελίωση του ορισμού δυνάμεως με πραγματικό εκθέτη.
3η Εβδ.: Εισαγωγή ορολογίας περιοχής σημείου (ως ανοικτό διάστημα). Ορισμός οριακού σημείου ακολουθίας και σχέση με υπακολουθίες. Παραδείγματα. Πλήρης απόδειξη ότι για κάθε ακολουθία ορίζεται το limsup και liminf. Ιδιότητες που χαρακτηρίζουν το limsup και liminf μιας ακολουθίας. Ιδιότητες του limsup και liminf και παραδείγματα.
4η Εβδ.: Ορισμός ανοικτού υποσυνόλου του R. Ορισμός κλειστού υποσυνόλου (με ακολουθίες). Απόδειξη της ισοδυναμίας κλειστού και συμπληρώματος ανοικτού. Απόδειξη για τις τομές (ενώσεις) ανοικτών και κλειστών συνόλων. Περιγραφή του συνόλου Cantor και των ιδιοτήτων του (δεν περιέχει διάστημα, είναι τέλειο και άπειρο όχι όμως ότι είναι μη αριθμήσιμο).
5η Εβδ.: Ορισμός συμπάγειας (με ανοικτά καλύμματα). Παραδείγματα μη συμπαγών συνόλων, παράδειγμα συμπαγούς (i.e. θεώρημα Heine-Borel). Απόδειξη ότι κλειστό και φραγμένο ή συμπαγές. Απόδειξη του αντιστρόφου ως πόρισμα του ότι κλειστό υποσύνολο είναι συμπαγές.
6η Εβδ.: Ορισμός συνέχειας συνάρτησης f : A ® R με περιοχές, σύνδεση με ε, δ του Απειροστικού Λογισμού. Χαρακτηρισμός συνέχειας με ακολουθίες και αντίστροφες εικόνες ανοικτών. Απόδειξη ότι η συνεχής εικόνα συμπαγούς είναι συμπαγές.
7η Εβδ.: Ορισμός ομοιόμορφης συνέχειας, παραδείγματα. Συνεχής συνάρτηση σε συμπαγές είναι ομοιόμορφα συνεχής. Πλευρικά όρια, είδη ασυνέχειας. Απόδειξη ότι κάθε μονότονη έχει μόνο ασυνέχειες α’ είδους και το πολύ αριθμήσιμο πλήθος.
8η Εβδ.: Συνοπτική περιγραφή του ολοκληρώματος Darboux και Riemann. Απόδειξη θεωρήματος Darboux και απόδειξη της ισοδυναμίας των δύο ορισμών. Κριτήρια ολοκληρωσιμότητας.
9η Εβδ.: Σύντομη επανάληψη των σειρών πραγματικών αριθμών (σειρές μη αρνητικών όρων, εναλλάσσουσες, απόλυτη και υπό συνθήκη σύγκλιση). Ορισμός αναδιάταξης σειράς διατύπωση θεωρήματος Riemann για τις αναδιατάξεις των σειρών που συγκλίνουν υπό συνθήκη. Απόδειξη του θεωρήματος για συγκεκριμμένο παράδειγμα (εναλλάσσουσα αρμονική).
10η Εβδ.: Διατύπωση των κριτηρίων λόγου και n-οστής ρίζας με limsup και liminf (με αποδείξεις). Διατύπωση και απόδειξη κριτηρίου του Dirichlet. Εφαρμογές.
11η Εβδ.: Ακολουθίες συναρτήσεων: σημειακή και ομοιόμορφη σύγκλιση με παραδείγματα. Απόδειξη του ότι συνέχεια και ολοκληρωσιμότητα περνάει στο ομοιόμορφο όριο. Αντιπαράδειγμα για το ότι οι παράγωγες συναρτήσεις συγκλίνουσας ακολουθίας δεν συγκλίνουν κατ’ ανάγκη- διατύπωση του σχετικού θεωρήματος.
12η Εβδ.: Ορισμός της σειράς συναρτήσεων. Διατύπωση των 3 βασικών θεωρημάτων από τις ακολουθίες συναρτήσεων για σειρές. Κριτήριο Cauchy και Weierstrass. Περιγραφή της space filling curve με ελάχιστη αναφορά στην απόδειξη. Περιγραφή πουθενά παραγωγίσιμης συνάρτησης με ελάχιστη αναφορά

στην απόδειξη.
13η Εβδ.: Δυναμοσειρές: λεπτομερής περιγραφή της ακτίνας σύγκλισης και του διαστήματος σύγκλισης. Ομοιόμορφη σύγκλιση δυναμοσειράς, παραγώγιση και ολοκλήρωση του ορίου. Σειρές Taylor και Mac-Laurin. Διωνυμική δυναμοσειρά και εφαρμογές.

Ε2. Πιθανότητες
1η Εβδ.: Στοιχεία συνδυαστικής: βασική αρχή απαρίθμησης, γενική αρχή απαρίθμησης, διατάξεις, μεταθέσεις, συνδυασμοί. Παραδείγματα.
2η Εβδ.: Πείραμα τύχης. Δειγματικός Χώρος. Γεγονότα. σ-άλγεβρα γεγονότων. Ορισμός της πιθανότητας. Βασικές ιδιότητες της πιθανότητας. Εφαρμογές.
3η Εβδ.: Προσθετικό Θεώρημα. Θεώρημα της Συνεχείας. Κλασσικός ορισμός της πιθανότητας. Εφαρμογές.
4η Εβδ.: Δεσμευμένη Πιθανότητα. Παραδείγματα. Πολλαπλασιαστικό Θεώρημα. Θεώρημα Ολικής Πιθανότητας. Θεώρημα του Bayes. Ανεξάρτητα Γεγονότα. Παραδείγματα.
5η Εβδ.: Ορισμός της τυχαίας μεταβλητής. Ορισμός της συνάρτησης κατανομής μιας τυχαίας μεταβλητής. Διακριτές τυχαίες μεταβλητές. Η έννοια της συνάρτησης μάζας πιθανότητας. Συνεχείς τυχαίες μεταβλητές. Η έννοια της πυκνότητας μιας συνεχούς τυχαίας μεταβλητής και η σχέση της με τη συνάρτηση κατανομής. Εύρεση της κατανομής μιας συνάρτησης μιας συνεχούς τυχαίας μεταβλητής.
6η Εβδ.: Συνήθεις Διακριτές Τυχαίες Μεταβλητές: Διωνυμική, Bernoulli, Poisson, Υπεργεωμετρική, Αρνητική Διωνυμική. Εξαγωγή της συνάρτησης μάζας πιθανότητας αυτών. Προσέγγιση της Διωνυμικής από την Poisson. Προσέγγιση της Διωνυμικής από την Υπεργεωμετρική. Εφαρμογές.
7η Εβδ.: Συνήθεις Συνεχείς Τυχαίες Μεταβλητές: Ομοιόμορφη, Εκθετική, Γάμμα, Βήτα, Weibull, Cauchy, Κανονική, x2, t, F. Εφαρμογές αυτών των κατανομών.
8η Εβδ.: Μέση τιμή μιας τυχαίας μεταβλητής. Μέση τιμή της συνάρτησης μιας τυχαίας μεταβλητής. Διασπορά και τυπική απόκλιση μιας τυχαίας μεταβλητής. Υπολογισμός της μέσης τιμής και της διασποράς των συνήθων διακριτών και συνεχών τυχαίων μεταβλητών.
9η Εβδ.: Ροπή κ-τάξεως μιας τυχαίας μεταβλητής. Κεντρική ροπή κ-τάξεως. Εύρεση των ροπών γνωστών κατανομών. Ροπογεννήτρια μιάς τυχαίας μεταβλητής. Εύρεση της ροπογεννήτριας γνωστών κατανομών. Εύρεση των ροπών με χρήση της ροπογεννήτριας.
10η Εβδ.: Η έννοια της διανυσματικής τυχαίας μεταβλητής. Η συνάρτηση κατανομής μιας διανυσματικής τυχαίας μεταβλητής. Περιθώριες συναρτήσεις κατανομής. Διακριτές διανυσματικές τυχαίες μεταβλητές και η συνάρτηση μάζας πιθανότητας αυτών. Συνεχείς διανυσματικές τυχαίες μεταβλητές και η πυκνότητα αυτών. Σχέση πυκνότητας και συνάρτησης κατανομής διανυσματικών τυχαίων μεταβλητών.
11η Εβδ.: Η μέση τιμή μιας πραγματικής συνάρτησης μιας διανυσματικής τυχαίας μεταβλητής. Ανεξαρτησία τυχαίων μεταβλητών. Παραδείγματα ανεξαρτήτων τυχαίων μεταβλητών. Συνδιακύμανση δύο τυχαίων μεταβλητών. Η διασπορά ενός γραμμικού συνδυασμού τυχαίων μεταβλητών. Ο συντελεστής συσχέτισης δύο τυχαίων μεταβλητών. Ο συντελεστής συσχέτισης ως μέτρο του βαθμού γραμμικής συσχέτισης δύο τυχαίων μεταβλητών.
12η Εβδ.: Δεσμευμένη συνάρτηση μάζας πιθανότητας μιας διακριτής τυχαίας μεταβλητής, δοθέντος ότι μία άλλη τυχαία μεταβλητή παίρνει μία συγκεκριμένη τιμή. Δεσμευμένη πυκνότητα μιας συνεχούς τυχαίας μεταβλητής, δοθέντος ότι μία άλλη τυχαία μεταβλητή παίρνει μία συγκεκριμένη τιμή. Παραδείγματα. Δεσμευμένη μέση τιμή μιας τυχαίας μεταβλητής δοθείσης μιας άλλης τυχαίας μεταβλητής. Ο τύπος: $EX=E[E(X|Y)]$. Εφαρμογές αυτού του τύπου. Εφαρμογές.
13η Εβδ.: Όρια ακολουθιών τυχαίων μεταβλητών. Σχεδόν βέβαια σύγκλιση. Σύγκλιση κατά πιθανότητα. Σύγκλιση κατά κατανομή. Ισχυρός νόμος των μεγάλων αριθμών. Κεντρικό οριακό θεώρημα. Εφαρμογές. Ανισότητες Markov, Chebyshev, Jensen.

Ε3. Θεωρία Ομάδων
Ομάδες, κανονικές υποομάδες, θεωρήματα ισομορφισμών. Αβελιανές Ομάδες. Θεώρημα δομής πεπερασμένων αβελιανών ομάδων. Θεώρημα Jordan-Holder. Τα θεωρήματα του Sylow. Ελεύθερες ομάδες. Μηδενοδύναμες ομάδες. Επιλύσιμες ομάδες. Στοιχειώδης θεωρία επεκτάσεων ομάδων.

Ε4. Θεωρία Αριθμών
Διαιρετότητα. Πρώτοι αριθμοί. Συζυγία. Συνάρτηση του Euler. Η ομάδα U(Z/nZ). Τετραγωνικά υπόλοιπα. Αριθμητικές συναρτήσεις. Η συνάρτηση του Riemann. Αθροίσματα τετραγώνων. Το τελευταίο θεώρημα του Fermat.

Ε5. Μαθηματική Μοντελοποίηση
Μερος Α: Σκοπός και μεθοδολογία της μαθηματικής μοντελοποίησης. Τα τέσσερα στάδια της μοντελοποίησης. Γραμμικά δυναμικά συστήματα πρώτης τάξης και θεωρία ραδιενεργών διασπάσεων. Δυσδιάστατα γραμμικά δυναμικά συστήματα και χημικές αντιδράσεις. Ο ταλαντωτής με απόσβεση. Γραμμικά συστήματα με εξαναγκασμό. Ταλαντωτές με εξαναγκασμό. Μη-γραμμικοί ταλαντωτές και χαοτικά συστήματα.
Μερος Β: Μερικές διαφορικές εξισώσεις (ορισμοί ύπαρξη λύσης, μοναδικότητα λύσης, παραδείγματα), εξίσωση θερμότητας (physical derivation,

συνοριακές συνθήκες, μοναδικότητα λύσης με την μέθοδο ενέργειας, αρχή μεγίστου, αριθμητική προσέγγιση της λύσης με πεπερασμένες διαφορές, σύγκλιση της αριθμητικής μεθόδου, σειρές Fourier, περιγραφή της λύσης της εξίσωσης της θερμότητας με σειρές Fourier) εξίσωση μεταφοράς.

Ε6. Κλασική Μηχανική
1η Εβδ.: Δυναμική στο χώρο φάσεων: επίπεδο φάσεων, χώρος φάσεων, φασική καμπύλη, φασική ροή, πορτραίτο φάσεων, ο χώρος φάσεων του απλού εκκρεμούς, πορτραίτα φάσεων συντηρητικών συστημάτων.
2η Εβδ.: Γραμμική ευστάθεια: Ο πίνακας ευστάθειας, ταξινόμηση των σημείων ισορροπίας μέσω ιδιοτιμών, παραδείγματα, οριακοί κύκλοι
3η Εβδ.: Διατύπωση της μηχανικής κατά Lagrange: γενικευμένες θέσεις και ταχύτητες, λαγκραντζιανή συνάρτηση και ολοκλήρωμα δράσης, εξισώσεις Euler-Lagrange, παραδείγματα, ιδιότητες της λαγκραντζιανής και των γενικευμένων ταχυτήτων.
4η Εβδ.: Διατύπωση της μηχανικής κατά Hamilton: Μετασχηματισμός Legendre, χαμιλτωνιανή συνάρτηση, παραδείγματα, κανονικές εξισώσεις Hamilton, παραδείγματα, διατύπωση μέσω του συμπλεκτικού πίνακα, αγκύλες Poisson.
5η Εβδ.: Κανονικοί μετασχηματισμοί: Σημειακοί και κανονικοί μετασχηματισμοί, θεώρημα Liouville, γεννήτορες κανονικών μετασχηματισμών.
6η Εβδ.: Η θεωρία Hamilton-Jacobi: Η χρονο-ανεξάρτητη εξίσωση HJ, συστήματα ενός βαθμού ελευθερίας, δρασιογώνιες μεταβλητές, εισαγωγή στα ολοκληρώσιμα συστήματα.
7η Εβδ.: Στοιχειώδης θεωρία διαταραχών: Η έννοια του διαταραγμένου συστήματος, ιστορική εισαγωγή στο πρόβλημα των τριών σωμάτων, μη-ιδιόμορφη σειρά διαταραχών, παράδειγμα για την εξίσωση x/=x+ε΄x2, παράδειγμα για το διαταραγμένο αρμονικό ταλαντωτή.
8η Εβδ.: Κανονική θεωρία διαταραχών: Χαμιλτωνιανά συστήματα μέσω δρασιογώνιων μεταβλητών, σειρά διαταραχών για την εξίσωση Hamilton-Jacobi, λύσεις πρώτης τάξης στο ε, λύσεις υψηλότερης τάξης στο ε, ο διαταραγμένος ταλαντωτής.
9η Εβδ.: Το πρόβλημα των μικρών διαιρετών: Θεωρία διαταραχών για συστήματα μεγαλύτερης τάξης, μικροί διαιρέτες και το θεμελιώδες πρόβλημα της δυναμικής, διατύπωση του θεωρήματος ΚΑΜ, παραδείγματα.
10η Εβδ.: Απεικόνιση Poincare: Επιφάνεια τομής για διδιάστατα χαμιλτωνιανά συστήματα, η χαμιλτωνιανή Henon-Heiles, το σύστημα Toda, η απεικόνιση Poincare ως συμπλεκτική απεικόνιση.
11η Εβδ.: Απεικονίσεις που διατηρούν το εμβαδόν: Απεικονίσεις συστροφής, διδιάστατες απεικονίσεις, σχέση μεταξύ εμβαδο-διατηρητικών απεικονίσεων και χαμιλτωνιανών.
12η Εβδ.: Το θεώρημα σταθερού σημείου Poincare-Birkhoff: Η εφαπτόμενη απεικόνιση, ταξινόμηση των σημείων ισορροπίας, το θεώρημα Poincare-Birkhoff,
13η Εβδ.: Ομοκλινικά και ετεροκλινικά σημεία: Ευσταθείς και ασταθείς πολλαπλότητες, τομές, έλικες και σπείρες, εισαγωγή στα χαοτικά συστήματα.

Ε7. Μάθημα Περιβαλλοντικής Εκπαίδευσης

Ε8. Διδακτική των Μαθηματικών
Τα Μαθηματικά όχι μόνον ως σύνολο αποτελεσμάτων, αλλά και ως διαδικασία. Επίδραση της Φιλοσοφίας των Μαθηματικών στη διδασκαλία τους. Θεωρίες μάθησης των μαθηματικών και μοντέλα διδασκαλίας τους. Η διδακτική αξιοποίηση της Ιστορίας των Μαθηματικών (χρήση πρωτοτύπων πηγών, εφαρμογή γενετικής μεθόδου). Η αξιολόγηση του μαθητή στα Μαθηματικά. Διδακτική επί μέρους θεμάτων: Ευκλείδεια Γεωμετρία και στοιχειώδης Θεωρία Αριθμών ως προνομιακά πεδία για την ανάπτυξη μαθηματικής σκέψης. Διδασκαλία της στοιχειώδους άλγεβρας και του Απειροστικού Λογισμού. Η διδακτική αξιοποίηση της σχέσης Μαθηματικών και Φυσικής.

Έκτο Εξάμηνο

ΣΤ1. Τοπολογία Ι
1η Εβδ.: Ορισμός μετρικού χώρου, παραδείγματα από Ευκλείδειους χώρους από χώρους με νόρμα, παράδειγμα-εξήγηση σχετικού υπόχωρου και σχετικής μετρικής, διακεκριμμένη μετρική.
2η Εβδ.: Ορισμός ανοικτής και κλειστής μπάλας, ανοικτού και κλειστού συνόλου. Απλά παραδείγματα από Ευκλείδειους χώρους και «μη γνωστά» παραδείγματα (π.χ. διακεκριμένος μετρικός χώρος). Αναφορά στην έννοια της τοπολογίας: η συλλογή των ανοικτών συνόλων σε ένα μετρικό χώρο είναι κλειστή ως προς ενώσεις και πεπερασμένες τομές.
3η Εβδ.: Ορισμός οριακού σημείου, σημείου συσσωρεύσεως, μεμονωμένου σημείου και εσωτερικού σημείου. Παραδείγματα και σχέσεις μεταξύ των. Χαρακτηρισμός των κλειστών συνόλων μέσω των σημείων συσσωρεύσεως. Ορισμός συνόρου, παραδείγματα και συνολοθεωρητικές σχέσεις.

4η Εβδ.: Απόσταση σημείου από σύνολο, σύνολο από σύνολο, διάμετρος συνόλου, φραγμένα σύνολα. Απόδειξη σχετικών ιδιοτήτων.
5η Εβδ.: Πυκνά υποσύνολα, διαχωρισιμότητα, παραδείγματα διαχωρίσιμων και μη διαχωρίσιμων μετρικών χώρων.
6η Εβδ.: Συμπάγεια, απόδειξη ότι [a, b] συμπαγές και ότι σε τυχαίο μετρικό χώρο ισχύει: συμπαγές ή κλειστό και φραγμένο. Κλειστό υποσύνολο συμπαγούς είναι συμπαγές.
7η Εβδ.: Ακολουθίες σε μετρικούς χώρους (με σύντομη επανάληψη όλων των βασικών ιδιοτήτων, π.χ. υπακολουθίες), όρια ακολουθιών και απόδειξη ότι p Ξ A Ÿ $ {xn}nΞN στο A : xn ® p.
8η Εβδ.: Συναρτήσεις μεταξύ μετρικών χρόνων, όρια συναρτήσεων, συνέχεια. Χαρακτηρισμός συνέχειας με ανοικτά σύνολα, συνεχής εικόνα συμπαγούς είναι συμπαγές. Ομοιόμορφη συνέχεια, απόδειξη ότι κάθε συνεχής με συμπαγές πεδίο ορισμού είναι ομοιόμορφα συνεχής.
9η Εβδ.: Ακολουθίες Cauchy, πληρότητα, πλήρεις μετρικοί χώροι, απόδειξη θεωρήματος Baire (με θεώρημα τομής Cantor). Πλήρωση μετρικού χώρου. Space filling curve.
10η Εβδ.: Ορισμός συνεκτικότητας, παραδείγματα και απόδειξη ότι κάθε διάστημα στο R είναι συνεκτικό. Χαρακτηρισμός συνεκτικών μετρικών χώρων μέσω γνησίων μη κενών υποσυνόλων που είναι ταυτόχρονα ανοικτά και κλειστά. Συνεχής εικόνα συνεκτικού είναι συνεκτικό, απόδειξη ότι ο Rn και οι μπάλες στον Rn είναι συνεκτικά σύνολα.
11η Εβδ.: Ορισμός και ιδιότητες συνεκτικής συνιστώσας. Ορισμός και ιδιότητες δρομοσυνεκτικότητας. Απόδειξη ότι δρομοσυνεκτικότητα συνεπάγεται συνεκτικότητα.
12η Εβδ.: Απόδειξη ότι η συμπάγεια, η ακολουθιακή συμπάγεια και η ιδιότητα Bolzano Weistrass είναι ισοδύναμες. Ορισμός πλήρως φραγμένου μετρικού χώρου και σχέση των ανωτέρω ιδιοτήτων με την ιδιότητα του πλήρως φραγμένου. Διατύπωση και απόδειξη θεωρήματος Ascoli. Θεωρήματα σταθερού σημείου, θεωρήματα Dini και Stone-Weistrass για συμπαγείς μετρικούς χώρους.

ΣΤ2. Αριθμητική Ανάλυση
1η Εβδ.: Αναπαράσταση αριθμών ως προς οποιαδήποτε βάση, αριθμοί μηχανής και αριθμητική στον υπολογιστή, τα σφάλματα και στρογγύλευσης και η επίδρασή τους στους υπολογισμούς. Ευστάθεια αλγορίθμων.
2η Εβδ.: Επίλυση μη γραμμικών εξισώσεων. Μέθοδος της διχοτόμησης. Επαναληπτικές μέθοδοι, θεωρήματα σταθερού σημείου.
3η Εβδ.: Η μέθοδος του Newton, η μέθοδος της τέμνουσας. Γραμμικά συστήματα. Η μέθοδος απαλοιφής του Gauss, ανάλυση LU, ανάλυση Cholesky για συμμετρικούς θετικά ορισμένους πίνακες.
4η Εβδ.: Νόρμες διανυσμάτων και πινάκων. Ευστάθεια γραμμικών συστημάτων, δείκτης κατάστασης πίνακα.
5η Εβδ.: Επαναληπτικές μέθοδοι Gauss-Seidel και Jacobi. Πολυωνυμική παρεμβολή. Παρεμβολή Lagrange και Newton.
6η Εβδ.: Πολυώνυμα Chebyshev. Παρεμβολή Hermite. Παρεμβολή με splines, με τμηματικά γραμμικές συναρτήσεις και κυβικές splines.
7η Εβδ.: Μέθοδος ελαχίστων τετραγώνων. Βέλτιστη διακριτή προσέγγιση. Βέλτιστη συνεχής προσέγγιση. Προσέγγιση με πολυώνυμα.
8η Εβδ.: Αριθμητική ολοκλήρωση. Τύποι Newton-Cotes. Μέθοδος τραπεζίου. Τύποι του Simpson και Gauss.
9η Εβδ.: Συνήθεις διαφορικές εξισώσεις, θεώρημα ύπαρξης. Μέθοδος Euler.
10η Εβδ.: Μέθοδοι Runge – Kutta, πολυβηματικές μέθοδοι.

ΣΤ3. Συνήθεις Διαφορικές Εξισώσεις Ι
1η Εβδ.: Ορισμοί: Συνήθης διαφορική εξίσωση τάξης n (γενική ή πεπλεγμένη μορφή και κανονική ή λυμένη μορφή), λύση, ολοκληρωτική καμπύλη, γενική λύση, γενικό ολοκλήρωμα, λύση υπό παραμετρική μορφή, μερική λύση, ιδιάζουσα λύση. Το πρόβλημα Cauchy. Γραφικός προσδιορισμός της λύσης. Πολλά παραδείγματα για την κατανόηση των προηγούμενων εννοιών.
2η Εβδ.: Εξισώσεις 1ης τάξης: Εξισώσεις ολικού διαφορικού ή ακριβείς, εξισώσεις χωριζόμενων μεταβλητών. Η έννοια του πολλαπλασιαστή Euler και η εύρεσή του σε διάφορες χαρακτηριστικές περιπτώσεις. Γραμμικές εξισώσεις 1ης τάξης. Παραδείγματα.
3η Εβδ.: Εξισώσεις Bernoulli, εξισώσεις Riccati, ομογενείς εξισώσεις. Παραδείγματα – Ασκήσεις.
4η Εβδ.: Εξισώσεις της μορφής yΆ = f (a1x+b1y+c1/a2x+b2y+c2), εξισώσεις Clairaut, εξισώσεις Lagrange. Παραδείγματα.
5η Εβδ.: Το πρόβλημα Cauchy για διαφορικές εξισώσεις 1ης τάξης: Μέθοδος των διαδοχικών προσεγγίσεων. Βασικά θεωρήματα για την ύπαρξη και μοναδικότητα της λύσης: Θεώρημα ύπαρξης των E. Picard - E. Lindelof, θεώρημα μοναδικότητας και μέγιστου διαστήματος ορισμού της λύσης, θεώρημα ύπαρξης του Peano. Παραδείγματα .
6η Εβδ.: Γενικά περί γραμμικών εξισώσεων τάξης n (η έννοια του γραμμικού διαφορικού τελεστή). Θεώρημα ύπαρξης και μοναδικότητας της λύσης του προβλήματος Cauchy. Η έννοια των ομαλών και ανώμαλων σημείων. Η έννοια της μιγαδικής λύσης. Παραδείγματα. Ομογενείς γραμμικές εξισώσεις: Αρχή

της υπέρθεσης των λύσεων, η έννοια της γραμμικής ανεξαρτησίας λύσεων, ορίζουσα Wronski. Παραδείγματα.
7η Εβδ.: Ομογενείς γραμμικές εξισώσεις (συνέχεια): θεώρημα για τη μορφή της γενικής λύσης, θεώρημα Liouville, τύπος του Abel, η έννοια του θεμελιώδους συνόλου λύσεων. Παραδείγματα.
8η Εβδ.: Μη-ομογενείς γραμμικές εξισώσεις τάξης n. Θεώρημα για την μορφή της γενικής λύσης. Παραδείγματα – Ασκήσεις. Η μέθοδος υποβιβασμού τάξης στις ομογενείς γραμμικές εξισώσεις (μέθοδος D'Alembert). Παραδείγματα.
9η Εβδ.: Μέθοδος επίλυσης των γραμμικών εξισώσεων με σταθερούς συντελεστές. Η έννοια του χαρακτηριστικού πολυωνύμου. Θεώρημα για την μορφή της γενικής λύσης σε όλες τις περιπτώσεις. Μιγαδικές λύσεις και απομιγαδικοποίηση αυτών. Παραδείγματα.
10η Εβδ.: Η μέθοδος των προσδιοριστέων συντελεστών για την εύρεση μιας μερικής λύσης σε μη-ομογενείς γραμμικές εξισώσεις. Παραδείγματα.
11η Εβδ.: Η μέθοδος μεταβολής των παραμέτρων κατά Lagrange για την εύρεση μιας μερικής λύσης σε μη-ομογενείς γραμμικές εξισώσεις. Παραδείγματα.
12η Εβδ.: Εξισώσεις Euler. Μέθοδος επίλυσης. Παραδείγματα. Εφαρμογές των συνήθων διαφορικών εξισώσεων. Παραδείγματα από τη Μηχανική και τον Ηλεκτρισμό. Μελέτη των αρμονικών ταλαντώσεων και του φαινομένου του συντονισμού.
13η Εβδ.: Επανάληψη όλων των βασικών στοιχείων της θεωρίας του μαθήματος.

ΣΤ4. Κρυπτογραφία
1. Αλγόριθμοι και κρυπτογραφία. Εισαγωγή στη θεωρία πολυπλοκότητας, γρήγορα επιλύσιμα προβλήματα και η κλάση P, δύσκολα υπολογιστικά προβλήματα και η κλάση NP-πλήρων προβλημάτων (παράδειγμα με το πρόβλημα SAT), το ερώτημα εάν P'HNP, μονόδρομες συναρτήσεις, παρουσίαση διαφορών στη δυσκολία επίλυσης με τα προβλήματα της παραγοντοποίησης και του έλεγχου ιδιότητας πρώτου αριθμού.
2. Μερικά πρακτικά παραδείγματα. Το σχήμα κρυπτογράφησης του Καίσαρα, αδυναμίες του σχήματος του Καίσαρα και η κρυπτανάλυσή του, το γενικευμένο σχήμα αντικατάστασης, κρυπτανάλυση του σχήματος αντικατάστασης: πλεονασμός στις φυσικές γλώσσες, πολυαλφαβητικά σχήματα αντικατάστασης.
3. Κρυπτογραφικά σχήματα κρυφού κλειδιού. Η θεώρηση του Claude Shannon (diffusion και confusion), η δομή κρυπταλγόριθμου Feistel, αναλυτική παρουσίαση της σχεδίασης και της λειτουργίας του κρυπταλγόριθμου DES (Data Encryption Standard), κρυπτανάλυση του DES με την επίθεση ωμής βίας του Wiener, κρυπτανάλυση του DES με τη διαφορική κρυπτανάλυση των Biham και Shammir, κρυπτανάλυση του DES με τη γραμμική κρυπτανάλυση του Matsui.
4. Σχήματα κρυπτογράφησης δημόσιου κλειδιού. Η ιδέα των Diffie-Hellman, το κρυπτογραφικό σχήμα δημόσιου κλειδιού RSA, τρόποι δημιουργίας του ζεύγους κλειδιών, αλγόριθμος κατασκευής τυχαίων πρώτων αριθμών, αλγόριθμος γρήγορης ύψωσης σε δύναμη και υπολογισμού υπολοίπου από διαίρεση, ψηφιακές υπογραφές και ταυτοποίηση προσώπων, the magic words are squeamish ossifrage (ή, αλλιώς, κρυπταναλύοντας το σχήμα RSA).
5. Κρυπτογραφικά συστήματα βασισμένα στις ελλειπτικές καμπύλες. Τι είναι οι ελλειπτικές καμπύλες, δημιουργία πεδίου σημείων επάνω σε αυτές, βασικές αλγεβρικές πράξεις και αλγόριθμοι υλοποίησής τους, γιατί οι ελλειπτικές καμπύλες είναι ασφαλέστερες από το σχήμα RSA για ίδιο μήκος κλειδιού: το πρόβλημα του διακριτού λογαρίθμου στις ελλειπτικές καμπύλες, τρόποι κατασκευής ελλειπτικών καμπυλών, βασικά κρυπτογραφικά πρωτόκολλα (ανταλλαγή κλειδιών – αλγόριθμος Diffie-Hellman, κρυπτογράφηση δεδομένων, ηλεκτρονικές υπογραφές).
6. Γένεση τυχαίων αριθμών. Σύνδεση της κρυπτογραφίας με τη γένεση τυχαίων αριθμών, το ζήτημα εάν υπάρχει ή όχι πραγματική τυχαιότητα και η συμβιβαστική απάντηση της σύγχρονης κρυπτογραφίας, κρυπτογραφικά ασφαλείς ψευδοτυχαίοι αριθμοί, το σχήμα RSA, το σχήμα BBS.
7. Το παρόν και το μέλλον. Το νέο AES: ο κρυπταλγόριθμος κρυφού κλειδιού Rijndael, ο έλεγχος της ιδιότητας πρώτου αριθμού είναι πολυωνυμικά επιλύσιμο πρόβλημα: σκιαγράφηση της ιστορικής απόδειξης, τελευταίες εξελίξεις στην παραγοντοποίηση ακεραίων, κβαντική κρυπτογραφία: διαμοίραση κλειδιού με πρακτικά τέλεια προστασία από ωτακουστές, ο γρήγορος κβαντικός αλγόριθμος παραγοντοποίησης του Peter Shor και οι δραματικές συνέπειές του για το μέλλον της κρυπτογραφίας δημόσιου κλειδιού, ο αλγόριθμος του Adleman για την επίλυση του δύσκολου, υπολογιστικά, προβλήματος του περιοδεύοντος πωλητή – ποιος κίνδυνος υπάρχει για τον κρυπταλγόριθμο DES και τους όμοιούς του.

ΣΤ5. Στατιστική
Στοιχεία θεωρίας πιθανοτήτων: βασικοί ορισμοί, σύγκλιση, κανονική κατανομή και παραγόμενες από αυτήν κατανομές (Χ2, t, f). Τυχαίο δείγμα, κατανομές στατιστικών δείγματος, εκτίμηση παραμέτρων, κριτήρια εκλογής εκτιμητών: αμεροληψία, επάρκεια, πληρότητα, κριτήριο ελάχιστου διασποράς, ανισότητα Gramer-Rao, μέθοδοι εκτίμησης ροπών, μέγιστης πιθανοφάνειας, ελαχίστων τετραγώνων, Bayes, έλεγχος υποθέσεων, δοκιμασία Χ2, πίνακες συνάφειας, απλή γραμμική παλινδρόμηση, συσχέτιση, ανάλυση διασποράς, μη παραμετρικές δοκιμασίες. Χρήση μαθηματικού λογισμικού στη Στατιστική. Περιγραφική στατιστική.
ΣΤ6. Διαφορική Γεωμετρία

Διαφορίσιμες καμπύλες στο χώρο. Παραμέτρηση με μήκος τόξου. Η καμπυλότητα και η στρέψη κανονικής καμπύλης. Το τρίεδρο του Frenet. Το θεμελιώδες θεώρημα της τοπικής θεωρίας καμπύλων. Κανονικές επιφάνειες στο χώρο. Συστήματα συντεταγμένων και ειδικές μορφές παραμετρήσεων. Αλλαγή συντεταγμένων. Διαφορίσιμες απεικονίσεις. Το εφαπτόμενο επίπεδο και η έννοια του διαφορικού μιας απεικόνισης. Η πρώτη θεμελιώδης μορφή. Προσανατολισμός. Απεικόνιση του Gauss και ο τελεστής σχήματος. Η δεύτερη θεμελιώδης μορφή. Καμπυλότητα Gauss και η μέση καμπυλότητα. Ισομετρίες. Τα σύμβολα Christoffel και το θεώρημα Ergegium του Gauss. Η έννοια της εσωτερικής γεωμετρίας. Γεωδαισιακές γραμμές μιας επιφάνειας.

ΣΤ7.. Θεωρία Galois
Δακτύλιοι, ιδεώδη, ευκλείδειες περιοχές, δακτύλιοι πολυωνύμων. Σώματα, επεκτάσεις σωμάτων, αλγεβρικές και υπερβατικές επεκτάσεις, κατασκευές με κανόνα και διαβήτη. Σώματα ριζών, αλγεβρικά κλειστά σώματα, διαχωρίσιμες επεκτάσεις, αυτομορφισμοί σωμάτων, κανονικές επεκτάσεις. Θεμελιώδες θεώρημα της θεωρίας Galois, ρίζες της μονάδος, επίλυση εξισώσεων με ριζικά, θεμελιώδες θεώρημα της άλγεβρας.

ΣΤ8. Φυσική ΙΙ
1η Εβδ.: Ηλεκτρικές δυνάμεις και φορτία, διατήρηση και κβάντωση του φορτίου, νόμος Coulomb, ηλεκτρικό πεδίο.
2η Εβδ.: Κατανομές φορτίου, νόμος Gauss, ηλεκτρική ροή, παραδείγματα υπολογισμών πεδίων για δοθείσες κατανομές φορτίων.
3η Εβδ.: Επικαμπύλιο ολοκλήρωμα του ηλεκτρικού πεδίου, συνάρτηση δυναμικού, πεδία και δυναμικά, δυναμικά και φορτία, ηλεκτρική δύναμη και ενέργεια, απόκλιση και το θεώρημα Gauss.
4η Εβδ.: Η λαπλασιανή και η εξίσωση Laplace, στροβιλισμός και το θεώρημα Stokes. Η φυσική ερμηνεία των grad, div και curl.
5η Εβδ.: Αγωγοί και μονωτές, αγωγοί σε ηλεκτροστατικό πεδίο, θεώρημα μοναδικότητας, παραδείγματα δυναμικών και φορτίων σε αγωγούς.
6η Εβδ.: Πυκνότητα ρεύματος, στατικά ρεύματα, νόμος Ohm και παραδείγματα φυσικών συστημάτων για τα οποία ισχύει ή παραβιάζεται.
7η Εβδ.: Πεδία κινουμένων φορτίων και ιστορική αναδρομή στον ηλεκτρομαγνητισμό και την ειδική σχετικότητα, μαγνητική δύναμη σε ρεύμα και κινούμενο φορτίο, μέτρηση φορτίου σε κίνηση, το αναλλοίωτο του φορτίου.
8η Εβδ.: Ηλεκτρικό πεδίο σε διαφορετικά συστήματα αναφοράς, φορτία κινούμενα με σταθερή ταχύτητα, δύναμη σε κινούμενο φορτίο, αλληλεπιδράσεις κινουμένων φορτίων.
9η Εβδ.: Μαγνητικό πεδίο, διανυσματικά δυναμικά, πεδίο αγωγού διαρρεόμενου από ρεύμα, νόμοι μετασχηματισμού των πεδίων.
10η Εβδ.: Νόμος Ampere, μαγνητικές γραμμές επαγωγής, παράλληλοι αγωγοί, νόμος Biot-Savard.
11η Εβδ.: Νόμος Faraday, νόμος Lenz, επαγωγή, χρονικά μεταβαλλόμενα μαγνητικά πεδία, παραμαγνητισμός, διαμαγνητισμός, σιδηρομαγνητισμός.
12η Εβδ.: Εξισώσεις Maxwell, ηλεκτρομαγνητική επαγωγή, ρεύμα μετατοπίσεως.
13η Εβδ.: Η κυματική φύση του φωτός, η ηλεκτρομαγνητική θεωρία του φωτός, το ηλεκτρομαγνητικό φάσμα, ταχύτητα του φωτός, το φαινόμενο Doppler.

ΣΤ9. Ιστορία των Μαθηματικών
Προϊστορία (έννοια του αριθμού, πρώτα αριθμητικά συστήματα). Τα μαθηματικά στην Αρχαία Αίγυπτο και Μεσοποταμία. Τα μαθηματικά στην Αρχαία Ελλάδα (Θαλής, Πυθαγόρας, Ζήνωνας, Πλάτωνας, Αριστοτέλης, Εύδοξος, Ευκλείδης, Αρίσταρχος, Απολλώνιος, Ερατοσθένης, Αρχιμήδης, Πτολεμαίος, Ήρων, Διόφαντος). Τα τρία κλασσικά προβλήματα της αρχαιότητας (ο τετραγωνισμός του κύκλου, ο διπλασιασμός του κύβου και η τριχοτόμηση της γωνίας). Η Αραβική ηγεμονία και η γέννηση της άλγεβρας. Τα μαθηματικά στον Μεσαίωνα. Τα μαθηματικά στην Αναγέννηση (Leonardo da Vinci, Cardano, Copernicus). Το προοίμιο των σύγχρονων μαθηματικών (Viete, Napier, Galilei, Kepler, Descartes, Fermat, Pascal). Η εμφάνιση των Newton και Leibniz (η δημιουργία του διαφορικού και ολοκληρωτικού λογισμού). Η εποχή των Bernoulli και του D'Alembert. Η εποχή του Euler (Ανάπτυξη της Ανάλυσης και της Θεωρίας Αριθμών). Οι μαθηματικοί της Γαλλικής Επανάστασης (Lagrange, Legendre, Laplace, Monge, Fourier). Η ανάπτυξη των μαθηματικών κατά τον 19ο αιώνα (Gauss, Cauchy, Abel, Galois, Riemann, Lobachevski, Dirichlet, Jacobi, Weierstrass, Kovalevskaya, Cantor). Το πέρασμα στον 20ο αιώνα (Poincare, Hilbert).

Έβδομο Εξάμηνο

Ζ1. Μιγαδική Ανάλυση
Οι μιγαδικοί αριθμοί, συνθήκες Cauchy-Riemann και ολόμορφες συναρτήσεις. Δυναμοσειρές, εκθετική και λογαριθμική συνάρτηση. Ολοκλήρωμα Riemann-Stieltjes, επικαμπύλια ολοκληρώματα. Θεώρημα Cauchy. Σύγκλιση ολόμορφων συναρτήσεων. Μεμονωμένες ανωμαλίες. Αρχή του μεγίστου. Λήμμα του Schwarz, Ολοκληρωτικά υπόλοιπα, υπολογισμός ολοκληρωμάτων με ολοκληρωτικά υπόλοιπα.

Ζ2. Συναρτησιακή Ανάλυση
Νόρμες σε γραμμικούς χώρους, χώροι Banach. Οι χώροι Lp(X), και C*(X). Χώροι με εσωτερικό γινόμενο, ορθογωνιότητα, χώροι Hilbert, ορθοκανονικές βάσεις. Χώροι γραμμικών μετασχηματισμών, δυϊκοί χώροι, ανακλαστικοί χώροι. Τα θεωρήματα Hahn-Banach, Baire, Banach-Steinhaus, ανοικτής απεικόνισης, κλειστού γραφήματος και Αλάογλου.

Ζ3. Μερικές Διαφορικές Εξισώσεις
Βασικές έννοιες, γραμμικές, ημιγραμμικές και σχεδόν γραμμικές ΜΔΕ. Εξισώσεις δευτέρας τάξεως: ταξινόμηση (υπερβολικές, παραβολικές, ελλειπτικές), παραδείγματα: κυματική εξίσωση, εξίσωση θερμότητας, εξίσωση Laplace. Το πρόβλημα Cauchy για την κυματική εξίσωση σε μια χωρική διάσταση. Προβλήματα αρχικών-συνοριακών τιμών για την κυματική εξίσωση και την εξίσωση θερμότητας, μέθοδος χωρισμού μεταβλητών, πρόβλημα Sturm-Liouville, αναπαράσταση της λύσης μέσω σειρών Fourier. Προβλήματα συνοριακών τιμών για την εξίσωση Laplace σε δύο και τρεις χωρικές διαστάσεις. Το πρόβλημα Cauchy για την εξίσωση θερμότητας σε μια χωρική διάσταση, μετασχηματισμός Fourier.

Ζ4. Θέματα Άλγεβρας – Γεωμετρίας

Ζ5. Δυναμικός Προγραμματισμός
1η Εβδ.: Στοχαστικά μοντέλα πεπερασμένου ορίζοντα. Η εξίσωση του δυναμικού προγραμματισμού. Λύση αυτής της εξίσωσης και τρόπος εύρεσης της βέλτιστης πολιτικής. Το πρόβλημα της μεγιστοποίησης της τελικής περιουσίας ενός παίκτη. Μοντέλο για την αγορά μιας μετοχής. Το πρόβλημα της αποδοχής της καλύτερης προσφοράς (The Secretary Problem).
2η Εβδ.: Λύση με τη μέθοδο του δυναμικού προγραμματισμού ενός προβλήματος μεγιστοποίησης κέρδους σε ένα τυχερό παιχνίδι. Εύρεση της εξίσωσης του δυναμικού προγραμματισμού. Γράψιμο ενός κώδικα για την επίλυσή της και για την εύρεση της βέλτιστης πολιτικής. Εικασία περί της μορφής της βέλτιστης πολιτικής.
3η Εβδ.: Λύση με τη μέθοδο του δυναμικού προγραμματισμού τριών προβλημάτων ελαχιστοποίησης κόστους για τον έλεγχο επιδημιών. Εύρεση της εξίσωσης του δυναμικού προγραμματισμού. Γράψιμο ενός κώδικα για την επίλυσή της και για την εύρεση της βέλτιστης πολιτικής. Εικασία περί της μορφής της βέλτιστης πολιτικής. Ανάλυση ευαισθησίας.
4η Εβδ.: Στοχαστικά μοντέλα απείρου ορίζοντα. Η έννοια της τυχαιοποιημένης και της στάσιμης πολιτικής. Η έννοια του αποπληθωρισμού. Η εξίσωση βελτιστοποίησης και η απόδειξή της. Ο αλγόριθμος βελτίωσης των πολιτικών και απόδειξη του θεωρήματος στο οποίο βασίζεται. Απόδειξη του ισχυρισμού ότι η τελική πολιτική του αλγορίθμου είναι βέλτιστη.
5η Εβδ.: Η μέθοδος των διαδοχικών προσεγγίσεων και η μαθηματική της θεμελίωση με χρήση της έννοιας της συστολής και του θεωρήματος του σταθερού σημείου. Σύγκριση με τον αλγόριθμο βελτίωσης των πολιτικών.
6η Εβδ.: Λύση του προβλήματος απείρου ορίζονται με γραμμικό προγραμματισμό. Ένα μοντέλο για τη μεγιστοποίηση του αποπληθωρισμένου κέρδους από την πώληση μιας επιχείρησης. Εύρεση της μορφής της βέλτιστης πολιτικής μέσω της εξίσωσης βελτιστοποίησης. Προσδιορισμός της κρίσιμης τιμής. Ένα μοντέλο για την αντικατάσταση ενός μηχανήματος με άπειρο αριθμό καταστάσεων. Εισαγωγή κατάλληλων υποθέσεων και αιτιολόγηση αυτών. Εύρεση της μορφής της βέλτιστης πολιτικής με χρήση της μεθόδου των διαδοχικών προσεγγίσεων.
7η Εβδ.: Ένα μοντέλο για έλεγχο αποθεμάτων. Κόστος αποθήκευσης και κόστος λόγω έλλειψης του προϊόντος. Εύρεση των πιθανοτήτων μετάβασης και του κόστους μιας χρονικής περιόδου. Εύρεση της πολιτικής που ελαχιστοποιεί το αποπληθωρισμένο κέρδος εφαρμόζοντας των αλγόριθμο βελτίωσης των πολιτικών και τη μέθοδο διαδοχικών προσεγγίσεων. Γράψιμο κωδίκων και σύγκριση των δύο μεθόδων.
8η Εβδ.: Ένα μοντέλο για την αντικατάσταση ενός μηχανήματος με πεπερασμένες καταστάσεις. Προσδιορισμός των δεδομένων. Εύρεση της πολιτικής που ελαχιστοποιεί το αποπληθωρισμένο κόστος εφαρμόζοντας τον αλγόριθμο βελτίωσης πολιτικών και τη μέθοδο διαδοχικών προσεγγίσεων. Γράψιμο κωδίκων και σύγκριση των δύο μεθόδων.
9η Εβδ.: Ασκήσεις σε προβλήματα απείρου ορίζοντα.
10η Εβδ.: Ντετερμινιστικά προβλήματα ελαχιστοποίησης κόστους ή μεγιστοποίησης κέρδους πεπερασμένου ορίζοντα. Η μέθοδος του δυναμικού προγραμματισμού. Το πρόβλημα της ελάχιστης διαδρομής. Το πρόβλημα της αντικατάστασης εργαλείων. Το πρόβλημα της κατανομής υλικού. Το πρόβλημα του βέλτιστου φορτίου.
11η Εβδ.: Συγκεκριμένα ρεαλιστικά παραδείγματα για την εύρεση της βέλτιστης διαδρομής. Το πρόβλημα της βέλτιστης διαδρομής για την ηλεκτροδότηση νησιών. Πολυδιάστατες βέλτιστες συναρτήσεις.
12η Εβδ.: Το πρόβλημα της αντικατάστασης εργαλείων. Το πολυδιάστατο πρόβλημα της αντικατάστασης εργαλείων.
13η Εβδ.: Ασκήσεις σε ντετερμινιστικά προβλήματα πεπερασμένου ορίζοντα.

Ζ6. Συνήθεις Διαφορικές Εξισώσεις ΙΙ
Μετασχηματισμός Laplace και εφαρμογές στην επίλυση διαφορικών και ολοκληρωτικών εξισώσεων. Γραμμικά συστήματα διαφορικών εξισώσεων. Επίλυση διαφορικών εξισώσεων με δυναμοσειρές, μέθοδος Frobenius, ειδικές συναρτήσεις. Προβλήματα συνοριακών τιμών, πρόβλημα Sturm-Liouville. Εισαγωγή στην έννοια της ευστάθειας των λύσεων, πορτραίτα φάσεων γραμμικών και μη γραμμικών συστημάτων, μέθοδος Lyapounov. Εισαγωγή στις εφαρμογές της θεωρίας ομάδων στις μη γραμμικές διαφορικές εξισώσεις.
Ζ7. Ανάλυση ΙΙ
Δακτύλιοι και άλγεβρες συνόλων, μετρήσιμες συναρτήσεις, εξωτερικό μέτρο, επέκταση μέτρου κατά Caratheodory, μέτρο Lebesgue. Ολοκλήρωμα Lebesgue, ιδιότητες, θεωρήματα σύγκλισης, σχέση ολοκληρώματος Riemann και ολοκληρώματος Lebesgue. Προσημασμένα μέτρα, θεώρημα Radon-Nikodym. Μέτρο γινόμενο, θεώρημα Fubini. Χώροι Lp, θεώρημα Riesz-Fisher. Μέτρα πιθανότητας, νόμος των μεγάλων αριθμών.

Ζ8. Υπολογιστική Γεωμετρία

Ζ9. Μαθηματικά για την Εκπαίδευση
Αξιωματική θεμελίωση της Ευκλείδειας Γεωμετρίας, των φυσικών, ακεραίων, πραγματικών και μιγαδικών αριθμών. Οι απαρχές του απειροστικού λογισμού: Εύδοξος, Αρχιμήδης. Η συνέχεια: Newton, Leibniz, Euler, Cauchy, Riemann, Lebesgue. Σύντομη επισκόπηση της Ευκλείδειας Γεωμετρίας. Η εξέλιξη της γεωμετρίας στους επόμενους αιώνες. Σχέσεις των Γυμνασιακών και Λυκειακών Μαθηματικών με τις εφαρμογές: φυσική, ιατρική, μουσική κλπ. Κατασκευή μουσικών κλιμάκων κατά τον Πυθαγόρα.

Ζ10. Πρακτική Άσκηση
Σκοπός του μαθήματος της Πρακτικής Άσκησης είναι η απόκτηση επαγγελματικής εμπειρίας από τους φοιτητές του τμήματος. Η Πρακτική Άσκηση γίνεται με τη προσφορά ενισχυτικής διδασκαλίας Μαθηματικών σε μαθητές γυμνασίου του νομού Σάμου κατά τη διάρκεια του σχολικού έτους ή με την απασχόληση στον ιδιωτικό ή στο δημόσιο τομέα κατά τους θερινούς μήνες. Φοιτητές από το 3ο εξάμηνο και μετά μπορούν να δηλώσουν το μάθημα και αφού έχουν εξεταστεί με επιτυχία σε 5 τουλάχιστον μαθήματα του τμήματος. Ο ακριβής αριθμός φοιτητών, που μπορούν να λάβουν μέρος στην Πρακτική Άσκηση, καθορίζεται στις αρχές του κάθε εξαμήνου. Η διαδικασία δήλωσης και επιλογής του μαθήματος έχει ως εξής: την πρώτη εβδομάδα έναρξης του εξαμήνου καταρτίζεται ο κατάλογος των φοιτητών, οι οποίοι προσωπικά ή με αιτήσεις (όχι ηλεκτρονικά) δηλώνουν το μάθημα στη Γραμματεία. Εφ' όσον ο αριθμός των ενδιαφερομένων είναι μεγαλύτερος από τις υπάρχουσες θέσεις, τότε γίνεται επιλογή. Στην επιλογή λαμβάνονται υπόψη ο αριθμός των μαθημάτων που έχουν επιτύχει οι εν λόγω φοιτητές, το εξάμηνο φοίτησης τους καθώς και το εάν έχουν ξαναπάρει το μάθημα.
Προσφορά ενισχυτικής διδασκαλίας Μαθηματικών σε μαθητές γυμνασίου του Νομού Σάμου κατά τη διάρκεια του σχολικού έτους.
Παρουσία όλων των επιλεγμένων φοιτητών γίνεται στις αρχές της 3ης εβδομάδας του ακαδημαικού έτους η ανάθεση των μαθημάτων σε συγκεκριμένο σχολείο, σε συγκεκριμένες τάξεις και σε συγκεκριμένους μαθητές με κληρωτή διαδικασία. Η παρουσία είναι υποχρεωτική. Σε περίπτωση αδυναμίας η θέση αναπληρώνεται από επόμενο επιλαχόντα φοιτητή. Συγκεκριμένες οδηγίες ως προς την οργάνωση της Πρακτικής σε κάθε σχολείο και ως προς τον τρόπο διδασκαλίας δίνονται από τον διδάσκοντα του Τμήματος, που έχει την ανάθεση του μαθήματος. Ο αριθμός των μαθημάτων στο σχολείο είναι εκ των προτέρων καθορισμένος. Σε κάθε γυμνάσιο στο οποίο γίνεται Πρακτική Άσκηση ορίζεται ένας υπεύθυνος καθηγητής. Οι φοιτητές παραδίδουν "φύλλα εργασίας" στον διδάσκοντα καθ' όλη τη διάρκεια του εξαμήνου. Τα φύλλα εργασίας περιλαμβάνουν το "σχέδιο κάθε μαθήματος" καθώς και τις εργασίες που δίνουν οι φοιτητές στους μαθητές. Μετά την ολοκλήρωση της Πρακτικής Άσκησης ο υπεύθυνος καθηγητής του γυμνασίου υποβάλλει στον διδάσκοντα μια έκθεση σχετικά με τη δραστηριότητα του φοιτητή. Η αξιολόγηση του φοιτητή γίνεται με βάση τα φύλλα εργασίας και την έκθεση του υπευθύνου καθηγητή.
Απασχόληση στον ιδιωτικό ή στο δημόσιο τομέα κατά τους θερινούς μήνες.
Το Τμήμα έρχεται σε επαφή με επιχειρήσεις και οργανισμούς του δημόσιου ή ιδιωτικού τομέα στις οποίες ενδιαφέρονται να κάνουν Πρακτική Άσκηση. Για κάθε ασκούμενο φοιτητή ορίζεται ένας εκπαιδευτής από το φορέα. Μετά την ολοκλήρωση της Πρακτικής Άσκησης οι φοιτητές παραδίδουν στον διδάσκοντα μια έκθεση στην οποία περιγράφουν τη δραστηριότητα που ανέπτυξαν. Μια έκθεση σχετικά με τη δραστηριότητα του φοιτητή υποβάλλει στον διδάσκοντα και ο εκπαιδευτής του φοιτητή στο φορέα απασχόλησης του. Η αξιολόγηση των φοιτητών γίνεται με βάση αυτές τις εκθέσεις.

Όγδοο Εξάμηνο

Η1. Τοπολογία ΙΙ

Τοπολογικοί χώροι. Βάσεις και υποβάσεις, σύγκλιση και συνέχεια, δίκτυα. Υπόχωροι, πηλίκα, γινόμενα. Διαχωριστικά αξιώματα, το λήμμα Urysohn και το θεώρημα Tietze. Τα αξιώματα αριθμησιμότητας. Μετρικοί χώροι και μετρικοποιησιμότητα. Συμπάγεια, το θεώρημα Tychonoff, έννοιες συναφείς προς τη συμπάγεια και μετρικοί χώροι, τοπική συμπάγεια και το θεώρημα Baire, οι συμπαγοποιήσεις Stone-Cech και Alexandroff. Χώροι διατακτικών αριθμών και άλλοι παθολογικοί χώροι.

Η2. Στοχαστικές Ανελίξεις
Ανασκόπηση θεωρίας πιθανοτήτων, Μαρκοβιανές αλυσίδες σε διακριτό χρόνο: οι εξισώσεις Chapman-Kolmogorov, ταξινόμηση καταστάσεων, οριακές πιθανότητες, κλαδωτές ανελίξεις, χρονικά αναστρέψιμες αλυσίδες. Μαρκοβιανές αλυσίδες σε συνεχή χρόνο: ανελίξεις γεννήσεως-θανάτου, οι προδρομικές εξισώσεις του Kolmogorov, οι οριακές πιθανότητες, χρονικά αναστρέψιμες αλυσίδες, ομοιομορφοποίηση.

Η3. Κωδικοποίηση
Εισαγωγή στη θεωρία κωδίκων. Γραμμικοί κώδικες. Τέλειοι κώδικες. Κυκλικοί γραμμικοί κώδικες. Κώδικες BCH και κώδικες Reed-Solomon. Συνελικτικοί κώδικες και κώδικες Reed-Muller.

Η4. Επεξεργασία Εικόνας και Ήχου
Η ύλη καθορίζεται από τον διδάσκοντα

Η5. Θέματα Ανάλυσης

Η6. Ιστορία της Ανάλυσης

Η7. Πρακτική Άσκηση

Η8. Βιοστατιστική

Η9. Μετεωρολογία

Η10. Πτυχιακή Εργασία
Οι φοιτητές έχουν τη δυνατότητα εκπόνησης Πτυχιακής Εργασίας. Η Πτυχιακή Εργασία ισοδυναμεί με 3 προαιρετικά μαθήματα και αντιστοιχεί σε 12 ΔΜ. Για να εκπονήσει ένας φοιτητής πτυχιακή εργασία πρέπει να φοιτά στο 4ο έτος σπουδών και να έχει επιτύχει σε 15 τουλάχιστον υποχρεωτικά μαθήματα. Η Συνέλευση εγκρίνει την ανάληψη της πτυχιακής εργασίας και ορίζει τριμελή Εξεταστική Επιτροπή από διδάσκοντες στην οποία συμμετέχει και ο επιβλέπων. Όταν ο φοιτητής ολοκληρώσει την Πτυχιακή Εργασία την παραδίδει στα μέλη της Εξεταστικής Επιτροπής, στη Βιβλιοθήκη και στη Γραμματεία. Η Γραμματεία ορίζει τότε ημερομηνία παρουσίασης της εργασίας από το φοιτητή ενώπιον της Επιτροπής. Η παρουσίαση είναι προφορική, δημόσια και συνοδεύεται από προφορική εξέταση. Η παρουσίαση της Πτυχιακής Εργασίας πρέπει να γίνεται τουλάχιστον 2 μήνες από την έγκριση ανάληψης από τη Γενική Συνέλευση του Τμήματος. Η Πτυχιακή Εργασία βαθμολογείται με τον μέσο όρο των βαθμολογιών των μελών της Επιτροπής. Στην εκπόνηση της πτυχιακής εργασίας είναι δυνατόν να συνεργάζονται δύο φοιτητές.